


EX BIBLIOTECÂ
D. A. de VLLOA



Se Vend A Paris
Chez HIPPOLYTE-LOUIS GUERIN
ruë Saint Jacques vis-à vis les
Mathurins, à S.t Thomas d'Aquin.

1

DISSERTATION
SUR
L'ESTIMATION
ET LA MESURE
DES
FORCES MOTRICES
DES CORPS.

Par M. DE MAIRAN, Secretaire perpétuel de l'Académie Royale des Sciences, &c.

NOUVELLE EDITION.



A PARIS,
Chez CHARLES-ANTOINE JOMBERT, Libraire du Roi pour l'Artillerie & le Génie, rue S. Jacques, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XLI.
AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

AVERTISSEMENT DU LIBRAIRE.

CETTE *Dissertation a été réimprimée par les soins de M. l'Abbé Deidier, & avec le consentement de M. de Mairan, telle qu'on la trouve dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences année* 1728. *On en verra les raisons à la tête d'une nouvelle Dissertation de M. l'Abbé Deidier sur la même matiere, qui doit paroître avec celle-ci; ces deux Ouvra-*

ges ſe vendront enſemble, ou ſéparément, au choix de l'acheteur.





DISSERTATION SUR L'ESTIMATION ET LA MESURE DES *FORCES MOTRICES* DES CORPS.



IL ſemble que la Phyſique ne ſçauroit ſi peu ſe mê- ler aux Mathematiques, qu'elle n'y porte le doute & l'incertitude qui lui ſont propres. La meſure des *Forces Motrices* des corps eſt ſans doute une Queſtion des plus importantes, & l'un des premiers principes ſur quoi roule

Lû à l'Academie le 14. Avril 1728.

toute la Théorie du Mouvement ; & des Mechaniques. On ſçait cependant combien les plus grands Geometres ſe trouvent aujourd'huy partagés ſur cette matiere : les uns faiſant la Force toûjours proportionnelle à la vîteſſe du corps en mouvement , & les autres au quarré de cette même vîteſſe. J'avoue que ni la diverſité de leurs ſentimens ſoutenus de part & d'autre avec beaucoup de ſçavoir, ni la difficulté de la Queſtion , ne m'ont point découragé , & qu'au contraire, plus ſenſible , à l'eſperance de réüſſir , qu'à la honte de ſuccomber après eux , j'ai voulu tâcher enfin de ſçavoir par moi - même à quoi m'en tenir ſur le ſujet de leurs diſputes. J'y ai donc medité avec toute l'attention dont je ſuis capable, & j'y ai medité long-temps avant que de prendre la plume. C'eſt aux perſonnes qui me font l'honneur de m'écouter à juger du ſuccès de cette recherche. Je vais les conduire par le même chemin que j'ai tenu , & leur donner mes réflexions dans l'ordre à

peu près qu'elles ſe ſont préſentées à mon eſprit.

I.

Ce qu'on entend ici par Force, *&* Mouvement ; *& de la meſure de la Force dans les Mouvemens uniformes.*

1. Je ne pretens point traiter en Metaphyſicien de la Force des corps, ni examiner, ſi nous en avons une idée claire & parfaite, ou une idée confuſe & imparfaite. C'eſt principalement de l'uſage qu'en ont fait les Geometres dans la Mechanique, & des effets ſenſibles qu'on lui attribuë, que je tire l'idée de la Force ſur laquelle je vais raiſonner.

2. L'effet le plus univerſellement reconnu de la Force, en tant qu'appliquée aux corps, ou en tant qu'on imagine qu'elle y reſide aprés y avoir été appliquée, c'eſt le Mouvement ; autre eſpece d'Etre dont j'écarte encore toute notion Metaphyſique, &

arbitraire, pour m'arrêter d'abord uniquement à celle qui fait l'objet des Geometres, & la matiere de leurs calculs. Force, & Mouvement ne sont ici que des grandeurs susceptibles de plus & de moins, & par là toûjours relatives à quelque terme, qui leur doit servir de commune mesure.

3. La Force appliquée à un corps que rien n'empêche de se mouvoir, y produit donc du Mouvement, ou, ce qui est la même chose, de ce que je conçois un corps en Mouvement, je conçois une Force qui le fait mouvoir. Ce Mouvement peut, comme on sçait, être uniforme, ou non uniforme, c'est-à-dire, acceleré ou retardé. Comme uniforme il ne sçauroit jamais nous indiquer d'autre mesure de la Force qui le produit, que la simple vîtesse du Mobile multipliée par sa masse. Car par où mesurer une Force, si ce n'est par ses effets? mais ses effets ne sont ici que des espaces égaux parcourus en temps égaux, selon la proprieté des

Mouvemens uniformes, & la vîtesse elle-même, n'est autre chose que l'espace divisé par le temps. Donc en deux Mobiles égaux *A*, & *B*, mus uniformément avec des Forces inégales, on ne peut assigner d'autre rapport à ces Forces entre elles, que celui des espaces parcourus par les deux Mobiles en temps égaux, ou ce qui est la même chose, que celui de leurs vîtesses. Les Mouvemens uniformes, tant qu'ils demeurent tels, & que la Force qui les produit ne s'éxerce contre aucun obstacle, nous donnant donc toûjours cette Force en raison de la simple vîtesse, ils ne sçauroient servir à decider la question dont il s'agit, ou plûtôt il est clair qu'ils la decideroient absolument en faveur de l'opinion commune.

4. Comme la quantité de Mouvement n'a de même d'autre mesure que l'espace divisé par le temps, il n'est pas moins certain que dans les Mouvemens uniformes, on aura toûjours ces trois choses proportionnel-

les, Forces, Vîteſſes, & Mouvement.

5. Cependant on pourroit concevoir la quantité de Mouvement d'une autre maniere, qui ne differe pas beaucoup de celle qu'on employe à la meſure des Forces, dans l'hypotheſe qui les fait proportionnelles aux quarrés de vîteſſes. Sçavoir, en la faiſant tantôt plus petite, & tantôt plus grande, ſans rien changer à la valeur de la Force Motrice, & en imaginant ſeulement que cette Force eſt appliquée plus ou moins de temps au Mobile avant la rencontre de quelque obſtacle qui l'arrête. Par exemple, ſi deux corps *A*, & *B*, de même maſſe, ſe meuvent uniformément avec la même Force, & avec la même vîteſſe, mais avec cette difference que l'un ne ſe meut qu'une heure, & que l'autre ſe meut deux heures; on pourra dire, en un ſens, qu'ils ont eu deux quantités différentes de Mouvement, & en raiſon de 1 à 2.

6. Mais on voit bien que cette expreſſion de la quantité de Mouve-

ment en un, ou en deux Mobiles, ne ſçauroit nous donner aucune idée de la Force Motrice primitive, & ne nous indique que ſa durée différente dans le même Mobile, ou dans les deux. Ou, ſi elle nous peut donner la valeur de la Force, ce ne ſera jamais que l'égalité, ou la même valeur; puiſque, par hypotheſe, elle n'eſt pas différente; quoiqu'il y ait eu, en un ſens, deux différentes quantités de Mouvement dans la Nature. C'eſt que lorſqu'on parle de la Force d'un corps en Mouvement; & l'on ne ſçauroit trop inſiſter ici ſur cette conſideration, toute ſimple qu'elle eſt; c'eſt dis-je, que lorſqu'on parle de la Force d'un corps en Mouvement, & de la quantité de ce Mouvement, on ne prétend parler que de ce qu'il a de Force, ou de Mouvement dans un temps actuel quelconque, & indépendamment de la durée de cette Force, & de ce Mouvement avant ou après le temps qu'on a fixé pour les conſiderer. C'eſt du fonds de cette idée, ou de cette eſpe-

ce de convention tacite que ſont priſes les Formules ordinaires des Mouvemens. Car toute comparaiſon ſuppoſe une commune meſure. Lorſqu'il s'agit de ſçavoir quel eſt le rapport de deux Forces ou de deux quantités de Mouvement, il faut neceſſairement ſuppoſer égaux, ou les eſpaces, ou le temps, ou un rapport conſtant entre les eſpaces, ou entre les temps, qui revient au même que l'égalité. C'eſt par là que deux toiſes parcouruës en deux ſecondes donnent la même quantité de Mouvement, & la même Force, qu'une toiſe parcouruë en une ſeconde. Sans cela l'eſpace parcouru plus ou moins grand n'eſt que l'effet, ou la ſomme de toutes les Forces, & de toutes les vîteſſes ajoûtées l'une à l'autre d'inſtant en inſtant, ou plûtôt de la même Force, ou de la même vîteſſe primitive ajoûtée à elle-même, & repetée autant de fois qu'on voudra imaginer d'inſtans. En un mot la circonſtance, & la limitation commune du temps ſont abſolument neceſ-

ſaires pour ſe faire une idée diſtincte, & numerique de ces grandeurs ; & toute autre maniere de les conſiderer ſort de l'hypotheſe, ne nous apprend rien, & ne ſert qu'à embarraſſer la matiere.

7. Le choc des corps infiniment durs & infléxibles n'apporte aucun changement à l'évaluation des Forces Motrices que fournit le Mouvement uniforme ; parce que ce choc, & la communication de Mouvement qui en reſulte, ſont inſtantanées, & par là ne détruiſent point, ou ne ſuſpendent pas même l'uniformité du Mouvement. Ils ne font qu'en changer la vîteſſe après le choc, en répandant, comme on ſçait, la même Force ſur une plus grande maſſe, ou ſur un plus grand nombre de maſſes, ſçavoir ſur celle du Mobile, & ſur celles des corps de même Nature, qu'il rencontre ſur ſon chemin, & avec leſquels il continuë de ſe mouvoir uniformément, mais avec une moindre vîteſſe en raiſon inverſe des maſſes. Auſſi les Autheurs les plus celebres qui ont

écrit de l'Eſtimation des Forces contre l'opinion commune de leur proportionnalité avec les vîteſſes, ont-ils abſolument refuſé de raiſonner ſur la communication du Mouvement entre des corps ſuppoſés infiniment durs & infléxibles, ou ils ont été contraints, quand ils en ont admis l'hypotheſe, d'en déduire les mêmes Regles de Mouvement, & la même Eſtimation de Forces que dans l'opinion commune.

Nous voilà donc juſqu'à préſent conduits par les principes les moins conteſtés, & par l'Analyſe la plus ſimple à l'Eſtimation des Forces Motrices des corps en raiſon de vîteſſes. Voyons ce que ces mêmes principes, & une ſemblable methode nous donneront dans les Mouvemens retardés & accelerés, & dans le choc des corps mous, fléxibles, ou à reſſort.

I I.

De la mesure des Forces dans les Mouvemens retardés ou accelerés. Raisons de douter, difficultés & experiences en faveur de l'opinion de Forces Vives.

8. Sans éxaminer si l'on est fondé à refuser dans la question des Forces, d'admettre du moins par voye d'hypothese, le choc des corps infiniment durs, & les conséquences qui s'en déduisent, nous conviendrons que ces corps, non plus que le Mouvement parfaitement uniforme, & le milieu sans resistance ou le vuide absolu dans lequel on les imagine, ne représentent point la Nature telle qu'elle est, qu'ils n'éxistent pas, ou ne peuvent peut-être pas même éxister : c'est une pure fiction. La communication subite & instantanée, qui en est une suite, n'éxiste pas davantage. Il y a dans la plûpart des

corps une proprieté, qui eſt ce qu'on appelle le reſſort ou la vertu élaſtique, qui agit par la compreſſion, & par la reſtitution de leurs parties déplacées par le choc, & qui n'agit que dans un temps fini, & par une ſuite d'impulſions ou d'impreſſions ſucceſſives. Or quelque penchant que nous ayons à croire toûjours la conduite de la Nature uniforme, quelque apparence qu'il y ait que les ſuppoſitions, & les abſtractions précédentes ne changent rien à l'Analogie qui doit regner dans ſes effets, & qu'elles ne font au contraire qu'en rendre l'éxamen plus ſimple, & plus ſûr, nous devons cependant nous arrêter ici, & voir ſi la Force réellement éxercée par la colliſion mutuelle des corps les uns contre les autres, ne nous découvre point en elle quelque degré d'activité, que nous n'y avons point apperçû, qui y étoit caché, ou qui ne pouvoit entrer dans l'hypotheſe feinte des corps infléxibles. Je puis donc douter ſi les Forces Motrices des corps ſont comme les vîteſ-

ſes

ſes ſimplement, ou comme quelque puiſſance ou quelque fonction des vîteſſes, & je dois d'ailleurs en douter, ſçachant que des Geometres du premier ordre ſoutiennent qu'elles ſont comme les quarrés des vîteſſes.

9. Ces Geometres ont donc diſtingué deux ſortes de Forces dans les corps, & ils les ont appellées *Forces Mortes*, & *Forces Vives*. Voici l'idée qu'ils nous en donnent. La Force Morte eſt celle que reçoit un corps ſans Mouvement, lorſqu'il eſt ſollicité & preſſé de ſe mouvoir, ou de ſe mouvoir plus ou moins vîte, lorſqu'il eſt déja en Mouvement; c'eſt un ſimple effort, qui ſubſiſte malgré l'obſtacle étranger qui l'empêche à tout moment de produire un Mouvement local dans les corps ſur leſquels il ſe deploye. Tel eſt par exemple, l'effort inſtantané de la Peſanteur. Un corps peſant ſoutenu par une table horiſontale fait un effort continuel pour deſcendre, & il deſcendroit effectivement, ſi la table ne lui oppoſoit un obſtacle qui le re-

tient. Ainsi la Pesanteur produit une *Force Morte* dans les corps, dont l'effet n'est que momentané. Il en est de même du choc, ou plûtôt de la pression de tout fluide, qui pousse une surface qui lui resiste. Or la Nature ou la quantité de la Force Morte est, dit-on, la simple vîtesse multipliée par la masse.

10. La *Force Vive*, au contraire est celle qui réside dans un corps lorsqu'il est dans un Mouvement actuel. C'est cette Force qu'on fait proportionnelle au quarré de la vîtesse. Mais il faut que la Force Vive soit actuellement éxercée dans la communication du Mouvement, & pendant un temps fini pour se manifester, & pour se montrer proportionnelle au quarré de la vîtesse. Elle devient par là toute différente de la Force Morte, &, en un sens, de celle que nous avons considerée dans le choc des corps infiniment durs. Elle ne peut ni naître ni périr en un instant, il faut plus ou moins de temps pour la produire, ou pour la détruire dans un

corps ; car il eſt évident que nul choc, nulle communication de Mouvement n'eſt inſtantanée ; & c'eſt dans cette production & cette perte reciproques & ſucceſſives de Forces, que conſiſte le choc, & la communication du Mouvement dans la Nature.

Nous admettons cette Théorie ſans admettre la conſéquence qu'on en tire ſur la meſure des Forces, ou plûtôt, nous ſuſpendrons d'abord notre jugement pour l'examiner. Cependant nous ne nous ſervirons du nom de *Forces Vives*, dans la ſuite de ce Memoire, que pour déſigner cette opinion, qui fait les Forces Motrices des corps proportionnelles aux quarrés de leurs vîteſſes.

11. Puiſque c'eſt à la conſideration de la Nature telle qu'elle eſt réellement, ou qu'elle nous paroît dans ſes Phénomenes, qu'on doit l'idée des Forces Vives, c'eſt aux expériences à juſtifier les Forces Vives. La premiere expérience qui y ait donné lieu, & la ſeule ſur laquelle ſemble

ſe fonder *M. Leibnits*, inventeur de ces Forces, eſt priſe de l'effet le plus commun, & le plus généralement reçu des Mouvemens accelerés, ou retardés; & il eſt vrai que bien entenduë, elle ſuffit, & eſt équivalente à toutes les autres. Tout corps qui tombe, acquiert en tombant des degrés de vîteſſe, qui ſont comme les temps, tandis que les hauteurs ou les eſpaces parcourus ſont comme les quarrés des temps, & des vîteſſes. Si l'on conſidere ce corps en un inſtant quelconque de ſa chûte, & qu'on ſuppoſe qu'il ſoit repouſſé en enhaut avec la Force acquiſe, & la vîteſſe actuelle qu'il a dans cet inſtant, il eſt évident, & perſonne n'en diſconvient, qu'il remontera à la même hauteur d'où il avoit commencé de deſcendre, & dans un temps égal à celui qu'il avoit employé à deſcendre; & tout cela en vertu d'une certaine Force qui lui eſt imprimée. Or quelle meſure plus naturelle pourroit-on aſſigner de la quantité de cette Force, que l'eſpace qu'elle eſt ca-

pable de faire parcourir au corps ſur lequel elle ſe deploye ? Mais cet eſpace eſt comme le quarré de la vîteſſe, il eſt quadruple par rapport à un autre, tandis que la vîteſſe n'eſt que double. Donc, conclud-on, les Forces qui reſident dans les corps en Mouvement, ſont comme les quarrés de leurs vîteſſes.

12. Les déplacemens de matiere, les enfoncemens, les applatiſſemens de parties faits dans les corps mous, en vertu de la Force, & de la vîteſſe du Mobile acquiſe en tombant, gardent encore la même Analogie. On prend des boules de même groſſeur, & de différent poids. On les laiſſe tomber ſur de l'argile ou ſur du ſuif, de différentes hauteurs, qui ſont entre elles comme leurs poids ; & les boules font toûjours ſur l'argile des impreſſions & des enfoncemens parfaitement égaux. Leurs maſſes multipliées par leurs vîteſſes, qui ne ſont que les racines des hauteurs, ne donneroient pas cependant des produits égaux. Il faut donc multiplier leurs



maſſes par leurs hauteurs, ou par les quarrés de leurs vîteſſes, pour avoir des produits égaux, comme ces enfoncemens & ces déplacemens de matiere. D'où l'on conclut que les Forces qui les produiſent ſont entre elles comme les quarrés des vîteſſes. Ce ſera la même choſe ſi l'on ſe ſert d'une ſeule boule; on aura des enfoncemens inégaux en raiſon des hauteurs ou des quarrés des vîteſſes acquiſes.

13. Le même effet doit encore ſe montrer dans le choc des corps élaſtiques, l'applatiſſement de leurs fibres ou de leurs reſſorts, en vertu du choc occaſionné par leur chûte de différentes hauteurs, doit ſuivre le même rapport des hauteurs, ou des quarrés des vîteſſes acquiſes en tombant de ces hauteurs; & c'eſt ce qui arrive en effet, & qu'on éprouve en laiſſant tomber une boule d'ivoire, ou d'acier ſur une table de marbre couverte d'un peu de pouſſiere, ou enduite d'une legere couche de cire, ou de ſuif. Car les impreſſions faites



ſur cette table ſeront toûjours, ou égales, ſi les hauteurs des chûtes ſont réciproquement comme les peſanteurs des différentes boules, ou inégales en raiſon des hauteurs ou des quarrés de la vîteſſe, ſi l'on n'y employe que la même boule. Il n'eſt pas queſtion de revoquer ici en doute aucun de ces faits, nous les tenons de perſonnes auſſi intelligentes, que pratiques à réduire en éxpériences la Phyſique la plus delicate. * Et je montrerai d'ailleurs qu'ils ſont une ſuite néceſſaire de la Théorie des Forces la plus inconteſtable. Voyons préſentement ſi la concluſion qu'on en tire en faveur des Forces Vives coule de la même ſource, & ſi nous devons l'admettre.

* *Polenus*, de Caſtellis per quæ, &c. N. 115. 116. &c. *'sGraveſande.* Eſſai d'une nouvelle Théorie ſur le choc des corps. N. 36. &c. Dans le Journ. Litter. de la Haye. Tome 12.



III.

Réponse aux difficultés, & aux expériences qui paroissent favorables aux Forces Vives.

14. Si un corps de même masse qu'un autre, & avec deux dégrés de vîtesse, est en état de remonter à une hauteur quadruple de celle où remonteroit celui qui n'a qu'un degré de vîtesse, ou de déplacer par son choc quatre fois plus de matiére; ne faut-il pas conclure que sa Force est quadruple de celle de l'autre, ou en raison du quarré de la vîtesse? les effets ne sont-ils pas toûjours proportionnels à leurs causes, & y a-t-il ici d'autre cause de l'ascension du corps, ou du déplacement de parties, qu'il produit par son impétuosité & par son choc, que la Force qui lui est imprimée, celle-là même qui s'y consume? oüi sans doute, il n'y a point ici d'autre cause de tout ce que fait

fait le corps en Mouvement, que la Force qui lui procure le Mouvement. Il n'eſt pas moins vrai auſſi que ces effets doivent être proportionnels à leur cauſe. Mais n'oublions pas en même-temps le grand principe, que qui dit proportion ſous-entend commune meſure. Cette commune meſure eſt le temps ; du moins puis-je prendre le temps, ou des temps égaux, pour terme de la commune meſure des deux Forces que je compare. Or cela poſé, je ne trouve dans les effets du corps qui a deux fois plus de vîteſſe, qu'un effet double, & non quadruple, un double eſpace parcouru, & un double déplacement de matiere en des temps égaux. D'où je conclus par le principe même de la proportionnalité des effets avec leurs cauſes, que la Force Motrice n'eſt que double & non quadruple, comme la ſimple vîteſſe, & non comme le quarré de la vîteſſe.

15. Que l'effet total ne ſoit quadruple qu'en un temps double, c'eſt ce qui ne ſouffre aucune difficulté à

l'égard de l'eſpace parcouru, ou du corps qui tombe, & qui a acquis par ſa chûte deux dégrés de vîteſſe, ou qui remonte par la même vîteſſe acquiſe. Pour s'en convaincre plus parfaitement, il n'y a qu'à réduire le Mouvement acceleré en uniforme, comme a fait M. de *Fontenelle* d'après M. le Chevalier de *Louville*, dans
* pag. 83. l'Hiſtoire de l'Académie 1721.* car comme on ſçait que les eſpaces parcourus uniformément, en vertu de la vîteſſe acquiſe par l'acceleration, ſeroient doubles de ceux que l'acceleration avoit fait parcourir, il ſuit que le corps qui remonte avec 1 de vîteſſe pendant 1 ſeconde, par éxemple, & qui ne parcourt que 1 toiſe à cauſe du retardement, en parcourroit 2, ſi ſon Mouvement avoit été d'abord uniforme; & que le même corps pouſſé avec 2 de vîteſſe, & qui par là auroit parcouru 4 toiſes en 1 ſeconde, en parcourra 8 en 2 ſecondes, en vertu de la même vîteſſe, & du Mouvement uniforme. D'où il ſuit qu'en comparant les deux Mou-

vemens en des temps égaux, on ne trouve dans chaque ſeconde que 2 toiſes parcouruës par le corps qui avoit 1 dégré de vîteſſe, & 4 toiſes par le corps qui en avoit 2 dégrés. Ainſi les Forces Motrices dont la quantité ſeroit meſurée par la longueur de ces eſpaces, ne peuvent être entre elles que comme leurs racines, ou comme les ſimples vîteſſes.

16. Cette reduction du Mouvement acceleré en uniforme fait voir leur analogie, & ne peut apporter ici aucune erreur. Elle ne peut rien changer à la quantité de Force qui réſide dans un corps à l'inſtant où il va ſe mouvoir, quel que doive être ce Mouvement, ou retardé ou uniforme. Car en imaginant la Force Motrice toûjours la même, il ne s'agit pour rendre uniforme le Mouvement qu'elle alloit produire, ou que l'on conſidere dans cet inſtant, que d'ôter les réſiſtances, les impulſions de la peſanteur, par exemple, ou les obſtacles quelconques, qui pouvoient l'arrêter ſur ſon chemin, ou

la consumer peu à peu. Comme au contraire pour rendre ce Mouvement retardé d'uniforme qu'il alloit être, il ne faut qu'y introduire ces mêmes obstacles ou résistances. Ce qui est tout-à-fait étranger à la force que l'on cherche à connoître, & ne sçauroit par conséquent rien ôter ni ajoûter à la mesure de sa quantité considerée en elle-même.

17. Il ne faut qu'un peu d'attention pour voir que tout ce qui vient d'être dit des espaces parcourus en raison des quarrés de la vîtesse acquise, est applicable aux déplacemens de matiere, aux enfoncemens, & aux applatissemens, qui suivent le rapport des mêmes quarrés, & qui font le sujet des expériences des N°. 12. & 13. Car il est évident que la vîtesse acquise par la chûte, & éteinte ensuite peu à peu par les resistances successives des parties de l'argile, ou des fibres élastiques du corps à ressort, à mesure que le Mobile déplace les unes & les autres, ou qu'il en change la figure, il est, dis-je, évi-

dent, que tout cela ſe doit faire par des dégrés tout-à-fait analogues à ceux de l'accéleration, ou du retardement; que la vîteſſe double, par exemple, doit être deux fois plus de temps à périr que la vîteſſe ſimple, & que, puiſque en qualité de vîteſſe double, elle doit agir doublement à chaque moment, ſon effet doit être quadruple en un temps double. Et il faut prendre garde, que ſi ces mêmes parties de l'argile, ou ces mêmes fibres élaſtiques enfoncées, ou applaties reprenoient leur place, ou leurs figures, avec les mêmes vîteſſes qui les en a tirées, & que de paſſives qu'elles étoient, elles devinſſent actives à l'égard du même Mobile, il n'y a pas de doute qu'elles ne le repouſſaſſent à la même hauteur & au même point d'où il étoit tombé. De ſorte que ſi l'on imagine une ligne *AB*, menée du premier point, *A*, de la chûte, jusqu'à celui où cette chûte & le Mouvement du corps ſe termine dans l'argile *IRG*, après le dernier enfoncement *B*, cette ligne Fig. I.

Fig. 1. ſe trouvera partagée par le premier point du contact *T*, ou par la ſurface *IR*, de l'argile, en raiſon réciproque des réſiſtances, ou des accelerations éprouvées de part & d'autre du point *T*, ou de la ſurface *IR*. Sçavoir dans l'air *TA*, en vertu des impulſions de la Peſanteur (faiſant abſtraction de ſa réſiſtance particuliere en qualité de fluide) & dans l'argile *TB*, en vertu de ſa maſſe, de ſa ténacité, & de l'Inertie de ſes parties. Ce point *T*, ſera le *Maximum*, ou le terme des plus grandes vîteſſes acquiſes du Mobile ; ſoit en tombant du point *A*, ſoit en étant repouſſé du point *B*, par les parties de l'argile, qui reprennent leur place ; après quoi le Mouvement eſt toûjours retardé, ſoit en allant de *T*, vers *A*, ſoit en allant de *T*, vers *B*.

18. C'eſt la même choſe à l'égard des applatiſſemens des boules à reſſort, qu'on laiſſe tomber ſur une table de marbre, leur vîteſſe eſt accelerée depuis le commencement de leur chûte juſqu'au point du contact

de la table, après lequel leur centre s'approche de la ſurface de cette table, en diminuant toûjours de vîteſſe, & il en eſt enfin repouſſé en paſſant par les mêmes dégrés en ordre renverſé, ou par une acceleration toute ſemblable : ainſi que je l'ai montré ailleurs plus en détail *. Il faut ſeulement ſe ſouvenir dans toutes ces éxpériences, qu'on y ſuppoſe la ténacité de l'argile, & la roideur des fibres élaſtiques aſſez grandes pour ne ceder ſenſiblement qu'au choc, & point du tout à la Peſanteur des boules qu'on y employe, ſi elles étoient denuées de toute vîteſſe : Sans quoi la concluſion qu'on en tire en faveur des Forces Vives ne ſeroit pas éxacte.

* Rech. Phyſicomath. ſur la Réfléxion des corps. art. IV. pp. 14. 15. & 16. Mém. de 1722.

19. L'Analogie ſuffit ſeule pour faire voir que la Force double, par éxemple, en conſéquence d'une double vîteſſe, doit être deux fois plus de temps à périr que la ſimple, de part & d'autre du point *T*, du contact de l'argile, ou de la table, & que les temps étant proportionnels

aux vîteſſes acquiſes, ou perduës, depuis la chûte juſqu'à ce point, ils doivent l'être de même depuis ce point juſqu'au dernier enfoncement, ou à la derniere contraction du reſſort. Mais c'eſt ce que je démontrerai encore bientôt *à priori*. Cependant il eſt clair, cela poſé, que les expériences dont il s'agit, ne donnent rien juſques là que de très-conforme à la Théorie ordinaire des Forces, & du Mouvement, ſçavoir des effets doubles en des temps égaux, & des effets quadruples en des temps doubles, lorſque la vîteſſe eſt double : en un mot des effets proportionnels aux vîteſſes, & non aux quarrés des vîteſſes. Et il n'en faudroit pas davantage, je le dirai ici en paſſant, pour mettre *Deſcartes*, & les *Carteſiens* à couvert du reproche d'erreur que leur fait l'illuſtre Autheur des Forces Vives, dans l'ouvrage où il en a donné la premiere idée, & où il prétend montrer combien il eſt contradictoire de faire la Force Motrice équivalente à la quantité de Mouve-

ment, & d'en conclure comme *Descartes*, que Dieu conſerve toûjours la même quantité de Mouvement dans la Nature. Car ſoit qu'il y ait, ou qu'il n'y ait pas toûjours la même quantité de Mouvement dans la Nature, il eſt certain par tout ce que nous venons de remarquer, & à en juger par les effets mêmes, qu'on n'y ſçauroit aſſigner aucun temps, où la Force Motrice ne ſoit pas proportionnelle au Mouvement; puiſqu'à chaque inſtant donné, elle l'eſt à la vîteſſe, & non au quarré de la vîteſſe.

I V.

Nouvelles difficultés, & inſtance pour les Forces Vives.

20. Mais nous ne nous en tiendrons pas à cette réponſe contre les Forces Vives, & ſur les expériences précédentes. Quelque ſolide que cette réponſe puiſſe être par voye d'exception, elle nous paroît inſuffiſan-

te pour lever la difficulté, ou pour éclairer entierement l'eſprit ſur cette matiere. Car enfin, pourra-t-on ajoûter, qu'importe que l'eſpace parcouru, la quantité de matiere déplacée, les reſſorts applatis, & tous les effets produits par une Force, le ſoient en un, ou en deux temps ? N'eſt-elle pas toûjours proportionnelle aux effets qu'elle eſt capable de produire en ces temps quelconques ? Et ſi ces effets ſont comme les quarrés de la vîteſſe, la Force n'eſt-elle pas en même raiſon ? N'eſt-ce pas en vertu de ſa Force qu'un corps qui parcourt deux toiſes, par éxemple, en un temps, par rapport à un autre qui n'en parcourt qu'une, ne ceſſe auſſi d'agir, de ſe mouvoir, ou de déplacer la matiere qui s'oppoſe à ſon Mouvement, qu'en deux fois autant de temps ? Et ſi l'effet total qui réſulte de cette double circonſtance, ſi cette double cauſe d'activité, qui eſt certainement contenuë dans la Force, eſt quadruple, ne faut-il pas conclure que la Force productrice devoit être qua-

druple ? Il n'en eſt pas ici comme du Mouvement uniforme (N°. 5. & 6.) & nous ne ſçaurions dire que la ſucceſſion des inſtans, ou des eſpaces parcourus, ne change rien à la Force actuelle qui tient le corps en Mouvement, & qui l'y tiendroit une Eternité, ſans rien perdre ni acquerir, ſi quelque cauſe étrangere ne la venoit modifier ou détruire. Ce qui ôte l'uniformité du Mouvement, dans le Mouvement retardé, diminuë d'autant la Force qui le produit, & la conſume enfin toute entiere. Il faut donc tenir compte à la Force de ce plus de durée du Mouvement, qu'elle procure au corps dans lequel elle réſide. Ainſi il eſt évident qu'elle doit être d'autant plus grande qu'elle eſt capable d'agir plus long-temps avec une plus grande vîteſſe. Elle eſt donc en raiſon compoſée de la vîteſſe, & du temps. Mais les temps ſont ici comme les vîteſſes; donc les Forces Motrices ſeront entre elles comme les quarrés des temps, ou comme les quarrés des vîteſſes.

V.

Réponse à l'instance ; Raisons de douter, difficultés, & expériences contre les Forces Vives.

21. Voilà ſans doute le fort de la difficulté, & la ſource du mal entendu, s'il y en a ſur cette matiere. Je ſuſpens donc encore mon jugement, & je remarque 1°. Qu'il ſeroit bien extraordinaire qu'une Analyſe auſſi ſimple, & des principes auſſi clairs que ceux que nous avons employés jusqu'ici nous euſſent conduits à faire la Force toûjours proportionnelle à la quantité de Mouvement, ou à la vîteſſe dans les Mouvemens uniformes, & dans les retardés, ou accelerés réduits en uniformes, & que cependant en vertu de ſa durée, & d'une ſeconde de plus, par éxemple, cela ceſſât d'être, & qu'il fallût changer la quantité qu'on lui a aſſignée, & qu'on lui a dû aſſigner dans la premiere ſecon-

de. Il eſt inutile d'alleguer, comme on a fait ſouvent ſur cette matiere, qu'il faut quatre fois plus de Force à un homme pour porter le même fardeau quatre lieuës, que pour le porter une lieuë. Il eſt vrai qu'il y emploie, & qu'il y dépenſe, pour ainſi dire, quatre fois plus de Force : mais la Force qu'il emploie à la quatriéme lieuë, & à la quatriéme heure, par éxemple, ne différe pas en quantité de celle qu'il avoit à la premiere lieuë, & à la premiere heure. Il ne s'enſuit pas encore, qu'il eût pû porter un fardeau quatre fois plus grand à la premiere lieuë, & pendant la premiere heure. C'eſt qu'il n'eſt pas toûjours poſſible d'éxercer, ni même d'avoir en ſoi, dans un certain temps, la Force qui ſe déploye ſucceſſivement en pluſieurs temps, & qu'il ſe mêle ici mille circonſtances Phyſiques, qui ne permettent pas d'en faire la comparaiſon avec la Force des Mobiles inanimés. Avoir quatre fois la même Force conſécutivement, n'eſt pas la même choſe,

qu'avoir quatre fois autant de Force en un même inſtant. Ce n'eſt pas en vertu d'une impétuoſité qui lui eſt imprimée au commencement de ſa marche, qu'un Animal porte un fardeau pendant un certain temps, & il ne diminuë pas, ou n'augmente pas de vîteſſe dans la raiſon des Mouvemens retardés ou accelerés ; il tient plus du Mouvement uniforme, & auſſi les reſſources de la reſpiration, & des alimens peuvent être à ſon égard, ce qu'eſt à l'égard des Mouvemens uniformes, l'application continuë de la même Force, qui n'a pas d'autre meſure (N°. *6.*) à un certain temps, ni à un certain point de l'eſpace parcouru, qu'à un autre. Au lieu que la Force imprimée à un corps par le choc diminuë toûjours, en s'éxerçant ſur un autre par un ſemblable choc, parce que la ſomme de ce qu'elle eſt pendant tous les inſtans de ſa durée, ne differe pas de ſa veritable quantité, avant que d'avoir commencé à périr. Il paroît donc inconcevable, que la meſure de la

Force qui résulte des circonstances du premier, ou du second temps du choc, pris séparément, soit différente de celle qui résulte des deux temps pris ensemble.

22. 2°. Si les expériences qu'on vient de voir paroissent prouver que les Forces sont entre elles comme les quarrés des vîtesses, une expérience encore plus ancienne, plus simple, & plus maniée, & acceptée des deux partis, semble prouver évidemment le contraire. C'est celle de deux corps mous, ou à ressort, qui viennent se choquer par des Mouvemens contraires, & avec des vîtesses qui sont entre elles en raison inverse de leurs masses. Car on sçait qu'il en résulte le repos, si les corps sont mous & sans ressort; & un retour en arriere après le choc, avec les mêmes vîtesses qu'avant le choc, si les corps ont du ressort. Tout le contraire devroit cependant arriver, si les Forces étoient comme les quarrés des vîtesses, & le corps par exemple, qui auroit 3 de vîtesse avec 1 de masse,

& par conséquent 9 de Force, devroit nécessairement emporter celui qui avec 3 de masse n'auroit que 1 de vîtesse, & par là seulement 3 de Force.

23. On répond que ce triple de Force, qu'a le corps qui se meut avec 3 de vîtesse, est consumé par les enfoncemens, & les déplacemens de matiere qu'il fait sur celui qui n'a que 1 de vîtesse. Mais quel est le point d'appui des efforts nécessaires pour produire ces enfoncemens, & cette *introcession* de matiere? Qu'est-ce qui les soutient par une réaction égale à l'action? N'est-ce pas le centre de Gravité de la masse triple, qui n'a que 1 de vîtesse? Cette masse elle-même ne consume-t-elle pas autant de sa Force à soutenir les efforts de ces déplacemens, que le corps choquant perd de la sienne à les produire, & ce qu'elle en consume ne la dispose-t-il pas d'autant à céder? Il n'y a donc point d'efforts perdus à cet égard, ou plûtôt ceux qui sont perdus d'une part, sont communi-

qués

qués de l'autre par un échange réciproque. Ainſi la maſſe inférieure en Force doit être entraînée.

24. Ceci devient encore plus évident dans le cas des corps à reſſort. Car les enfoncemens, & les applatiſſemens qu'ils ſouffrent mutuellement dans le choc, ſont, en vertu du retabliſſement qui leur ſuccede, la ſource même de la Force néceſſaire pour retourner en arriere, avec les mêmes vîteſſes après le choc qu'ils avoient avant le choc. Donc ſi les Forces étoient comme les quarrés des vîteſſes, celui qui n'avoit que 1 de vîteſſe, & 3 de maſſe, ſeroit repouſſé en arriere par le choc de celui qui avoit 1 de maſſe, & 3 de vîteſſe, avec plus de Force ou de vîteſſe, qu'il n'en avoit avant le choc; ce qui eſt contraire à l'expérience.

25. 3°. Mais je vais plus loin, & je demande, ne ſe pourroit-il pas que la Force demeurant toûjours en raiſon de la ſimple vîteſſe, ſe trouvât capable de produire des effets proportionnels au quarré de la vîteſ-

se ? Qu'étant double, par exemple, en vertu d'une double vîtesse, il fût de sa nature de produire des effets quadruples par rapport aux obstacles qui s'opposent à son action ? Et cela ne viendroit-il pas de ce qu'une Force double, en vertu d'une double vîtesse, & qui, par rapport à une autre, agit doublement en des temps égaux, agit encore peut-être deux fois autant de temps, ou ne se consume qu'en deux fois autant de temps, par cela même qu'elle est double, & qu'elle résulte d'une double vîtesse ? De sorte qu'au lieu de conclure qu'une Force est quadruple, parce que les espaces parcourus, les déplacemens de matiere, & tous les autres effets semblables qu'elle produit le sont, il faudra conclure au contraire, de ce que ces effets sont quadruples, ou en général, comme le quarré de la vîtesse, qu'elle n'est que double, ou en général comme la simple vîtesse. Il me semble qu'à cette nouvelle vûë, toutes les difficultés se dissipent, & qu'il ne restera plus

bientôt ici de sujet de doute, ni d'apparence de contradiction.

VI.

Proposition fondamentale, solution des difficultés, & explications en général.

26. Il ne s'agit donc que de s'assûrer de la vérité de cette proposition; *Qu'une Force quelconque, en tant qu'elle résulte de la vîtesse du Mobile où elle réside, agit contre les obstacles successifs qu'elle rencontre en temps égaux, en raison de la vîtesse; & de plus agit ou se déploie pendant un temps qui est encore en raison de cette même vîtesse; ce qui donne une action totale, qui est comme le quarré de la vîtesse. De sorte que les espaces parcourus dans le Mouvement acceleré ou retardé, les impressions & les déplacemens de matiere dans le choc & la collision mutuelle des corps, étant comme les quarrés des vîtesses, les Forces qui font parcourir ces espaces, & qui produisent ces impressions & ces déplace-*

mens de matiere , & qui s'y consument , ne sont qu'en raison des simples vîtesses.

Nous allons examiner cette Proposition , l'expliquer , & en détailler toutes les parties , dans les exemples suivans.

27. Nous nous attacherons principalement à mettre dans son jour ce qui regarde les espaces parcourus , parce que, comme nous l'avons déja insinué (N°. 11 ,) & comme l'on s'en convaincra pour peu que l'on y fasse attention , tous les autres effets du Mouvement , & du choc , les parties de matiere déplacées , les ressorts bandés ou applatis , & en général tout ce qu'on apporte d'expériences sur ce sujet , se réduisent à celle de l'espace parcouru par un Mouvement retardé , ou ne concluent qu'autant qu'elles y sont ramenées ; sans compter que s'il est une fois bien démontré que les Forces Vives n'ont pas lieu par rapport aux espaces parcourus , d'où elles ont pris naissance (N°. 11 ,) il est plus que probable qu'elles ne sont pas moins imaginaires dans les

autres Phénomenes. Nous ſuppoſerons auſſi avec tous les Autheurs modernes qui ont traité de la chûte des corps, & conformément au ſiſtême de *Galilée* accepté de part & d'autre ſur cette matiere. 1°. Que la Peſanteur en temps égaux produit des vîteſſes égales dans les corps qui deſcendent, & qu'elle ôte des vîteſſes égales à ceux qui montent, du moins ſenſiblement, & près de la ſurface de la Terre, où ſont faites nos expériences. 2°. Que ces vîteſſes acquiſes, ou perduës par le Mobile, en vertu de la Peſanteur, le ſont ou peuvent l'être par des impulſions redoublées d'inſtant en inſtant. Car quand la Peſanteur agiroit d'une maniere continuë, & abſolument indiviſible, il n'y a pas plus d'inconvenient à le ſuppoſer ainſi dans les calculs, qu'à prendre les Courbes pour des Polygones d'une infinité de côtés dans la réſolution des Problêmes de Géometrie. Je puis donc imaginer que les impulſions de la Peſanteur étant réünies au commencement ou à la fin de

chaque espace infiniment petit, ou, ce qui revient ici au même, de chaque pied ou de chaque toise prise pour exemple, & parcouruë par le Mobile qui monte, font sur ce Mobile le même effet, que si toute Pesanteur ôtée, il y avoit à chacun de ces points des particules égales de matiere à déplacer, ou de petites lames de ressort à soulever ou à bander. En un mot, je puis toûjours comparer la Pesanteur à des obstacles ou des résistances quelconques, qui lui sont analogues; comme réciproquement, je puis comparer les résistances quelconques des particules de matiere déplacées, ou des ressorts pliés, aux impulsions contraires de la Pesanteur réünies à certains points de l'espace parcouru.

28. Cela posé, soient toûjours les
Fig. 2. deux Mobiles de masse égale, *A*, & *B*, mûs avec différentes vîtesses, & telles, par exemple, que la vîtesse de *A* soit double de celle de *B*. Supposons de plus que ces deux Mobiles ne trouvent aucun obstacle, aucune ré-

ſiſtance, ni impulſion contraire ſur leur chemin, c'eſt-à-dire qu'ils ſe meuvent, ou ſe vont mouvoir d'un Mouvement uniforme ſur les droites *AD*, *Bδ*. Ils y parcourront des eſpaces, qui ſeront entre-eux comme les vîteſſes qui les font parcourir, c'eſt-à-dire, que dans le temps que *B*, parcourt 2 toiſes, *Bδ*, *A* en parcourt 4, *AD*, & ainſi de ſuite. Je dois donc juſqu'ici ſuppoſer les Forces Motrices des corps *A*, & *B*, entre elles, comme les vîteſſes, & comme les eſpaces parcourus (N°. 3). Mais ſi elles ſont telles dans l'inſtant où elles commencent d'agir ſur ces Mobiles, dans l'hypotheſe qu'ils vont ſe mouvoir d'un Mouvement uniforme, pourquoi ne les pourrois-je pas ſuppoſer telles dans l'hypotheſe qu'ils vont ſe mouvoir d'un Mouvement retardé ? Mettre des obſtacles, des réſiſtances ou des impulſions contraires, ſur le chemin d'un Mobile, ou les en ôter, change-t il quelque choſe à la quantité de la Force qui lui eſt appliquée, & qui le va faire mou-

voir sur ce chemin ? Non sans doute ; & nous l'avons déja remarqué (N°. 16). Ce sont des circonstances tout-à-fait étrangeres à la valeur de la Force Motrice ; elles peuvent en diminuer l'effet, ou même l'éteindre en qualité de Forces contraires ; mais elles ne sçauroient faire qu'elle change de nature, ou de valeur, qu'elle soit plus ou moins grande. Donc si je tire de l'hypothese des Forces Motrices en raison des vîtesses, les espaces parcourus en raison des quarrés, & tout ce qui arrive au Mouvement retardé ou acceleré, je n'ai que faire de supposer les Forces comme les quarrés des vîtesses, & cela seroit contre les regles de la bonne Logique.

29. J'introduis donc ici les impulsions de la Pesanteur, & je les répands, pour ainsi dire, sur les chemins à parcourir des Mobiles *A*, & *B*. Cela posé, je sçai qu'elles retarderont, & qu'elles éteindront enfin tout leur Mouvement. Supposons, par exemple que tout le Mouvement

Fig. 2.

de

de *B* ſoit éteint en 1 ſeconde de temps, & qu'au lieu d'avoir parcouru la longueur *Bδ*, de 2 toiſes, comme il auroit fait, s'il n'avoit trouvé aucune impulſion contraire, il n'a parcouru que la longueur *Bβ*, de 1 toiſe. Par l'égalité continuelle des impulſions de la Peſanteur contre le même Mobile, ou ſon ſemblable, on ſçait, & l'expérience le confirme, qu'elle fera perdre de même en temps égal un ſemblable eſpace au Mobile *A*, quel que ſoit le rapport fini de ſa vîteſſe à celle du Mobile *B*. Donc le corps *A*, au lieu de parcourir à la premiere ſeconde la longueur *AD*, de 4 toiſes, ne parcourra que la longueur *AC*, de 4—1, ou de 3 toiſes. Mais on ſçait de plus que les vîteſſes acquiſes, ou perduës ſont comme les temps; donc le Mobile *A*, n'aura perdu que 1 degré, ou la moitié de ſa vîteſſe, parce qu'il en avoit 2 degrés, tandis que le Mobile *B*, en ayant perdu 1 de même, a perdu toute la ſienne, parce qu'il n'en avoit que 1 degré. Mais 1 degré de

vîteſſe, doit faire parcourir au corps *A*, en une ſeconde, le même chemin que *B* a parcouru en un ſemblable temps. Donc *A* parcourra encore 1 toiſe *CD*, ce qui fait 4 toiſes en tout. Donc en vertu d'une Force double réſultante d'une double vîteſſe, le Mobile *A* s'eſt mû deux fois plus de temps que le corps *B*, & il a parcouru à chaque temps l'un portant l'autre deux fois plus d'eſpace; ce qui fait en tout un eſpace quadruple, ou en raiſon du quarré de la vîteſſe. Cela n'a beſoin que de quelque éclairciſſement pour emporter une conviction entiere.

VII.

Solution, & explications plus particulieres.

30. Je dis que le Mobile *A* a parcouru deux fois plus d'eſpace à chaque temps l'un portant l'autre, & non pas à chaque temps abſolument

parlant ; parce que dans l'éxemple il parcourt 3 toises au premier temps, & une toise seulement au second. Cependant j'aurois pû le dire relativement à la Force & à la vîtesse, en tant que doubles, parce qu'à la rigueur, tant qu'elles demeurent dans ce rapport, eu égard à la Force, & à la vîtesse du corps *B*, elles doivent produire cet effet, comme dans le Mouvement uniforme. Mais parce qu'elles n'y demeurent qu'un instant, & que le rapport change continuellement dans les instans suivans, dont on conçoit qu'est composé le temps fini où l'on les considere, l'espace actuel parcouru ne sçauroit être dans le même rapport, mais dans celui qui résulte de la suite changeante de ces rapports. Or il suffit de remarquer ici, que l'espace parcouru par le corps *A*, dans le premier temps fini, est plus que double de celui que parcourt le corps *B*, en un temps égal ; parce que le rapport devient plus que double, d'abord après le premier instant, & qu'il se termine enfin par

être infini, puiſque le Mobile *A* ſe meut avec un degré de vîteſſe, & monte encore, lorſque *B* ceſſe totalement de ſe mouvoir, ou de monter. Le corps *A* parcourt donc toûjours en un inſtant quelconque un eſpace proportionnel à la vîteſſe qu'il a dans cet inſtant. Ainſi à conſiderer le rapport des vîteſſes de *A*, & de *B*, quand ils commencent à ſe mouvoir, l'un devoit parcourir 4 toiſes, & l'autre 2; & ils les auroient en effet parcouruës, n'étoit les impulſions contraires de la Peſanteur, qui en temps égal ôtent une toiſe de l'eſpace de chacun, & réduiſent par conſéquent celui du Mobile *A*, à 3 toiſes, & celui du Mobile *B*, à 1 toiſe. Pour mieux ſentir la vérité de cette Remarque, ſubdiviſons le degré de vîteſſe, & le temps, en un nombre quelconque de parties : plus ce nombre ſera grand, plus le rapport des eſpaces parcourus au commencement approchera du rapport de Force ou de vîteſſe aſſigné aux Mobiles *A*, & *B*. C'eſt pourquoi ſi au lieu de 2 & 1

nous prenons 8 & 4, on aura dans les 8 inſtans de *A*, les eſpaces parcourus, 15. 13, 11, &c. Et dans les 4 inſtans de *B*, les eſpaces, 7, 5, &c. De ſorte que le Mobile *A* parcourra d'abord 15 d'eſpace, dans la partie de temps que le Mobile *B* employe à en parcourir 7. Ce qui ne différe de la raiſon de 2 à 1, que de $\frac{1}{15}$; au lieu que dans le premier cas, il differoit de $\frac{1}{3}$. Si au lieu de 8, & 4, nous prenons 10, & 5, la différence ne ſera plus que de $\frac{1}{19}$, & ainſi de ſuite juſqu'à l'infini, où la différence diſparoît totalement, & où l'on peut dire, que les eſpaces parcourus dans les premiers inſtans par le corps *A*, ſont éxactement doubles des eſpaces parcourus par le corps *B*. Après cela ils ſeront plus que doubles, parce que le décroiſſement de vîteſſe arrive aux deux Mobiles par une ſuite ou progreſſion Arithmetique, d'où il ſuit que le rapport Géometrique de la vîteſſe du plus grand, *A*, doit augmenter à l'égard de la vîteſſe du plus petit, *B*. Mais l'eſpace parcouru eſt

toûjours proportionnel à la vîteſſe actuelle, comme dans les Mouvemens uniformes.

31. On voit donc que le corps *A*, à qui on ſuppoſe, par éxemple, une Force double, réſultante d'une double vîteſſe par rapport au corps *B*; qui lui eſt égal, & qui n'a que 1 de Force & de vîteſſe, on voit, dis-je, que le corps *A*, doit parcourir à chacun des inſtans communs du commencement de la Suite infinie, des eſpaces qui ſont doubles des eſpaces parcourus par le corps *B*. Mais on ne voit peut-être pas encore, du moins dans un certain détail, pourquoi le corps *A* ſe meut deux fois plus de temps que le corps *B*, malgré les obſtacles ſurmontés dans le premier temps, en raiſon de ſa ſuperiorité de Force, & de vîteſſe. Il ſemble au contraire que le Mobile qui a le plus de vîteſſe, ayant ſurmonté à chaque inſtant un nombre d'obſtacles proportionnels à ſa vîteſſe, il doit avoir fait tout ce qu'il pouvoit faire, & avoir perdu tout ce qu'il avoit de

Force, si sa Force n'étoit que proportionnelle à sa vîtesse.

32. Mais il faut prendre garde, que le Mobile superieur en Force, en même raison que sa vîtesse, ne perd de cette Force, & de cette vîtesse en temps égaux, que ce qu'en perd le Mobile inferieur en Force, & en vîtesse. C'est-à-dire, que *les pertes de Force, & de vîtesse des Mobiles, qui parcourent differens espaces, ou qui surmontent un different nombre de mêmes obstacles, sont toûjours comme les temps employés à parcourir chacun de ces espaces, & à surmonter chacun de ces obstacles; & la raison en est, que les impulsions contraires, les résistances, ou, si l'on veut, les Forces contraires agissent d'autant plus, ou d'autant moins, toutes choses d'ailleurs égales, contre celles qui les surmontent, & qu'elles consument, qu'elles leur sont appliquées plus ou moins de temps.* Ainsi le corps *A*, superieur en Force, & en vîtesse surmonte deux obstacles, par exemple, dans l'instant où le corps *B*, n'en surmonte qu'un, parce qu'il les surmonte, ou qu'il les parcourt cha-

cun en particulier, avec le double de vîtesse, & de plus chacun de ces obstacles, ne lui fait perdre que la moitié de la Force, & de la vîtesse qu'il fait perdre au corps *B*, parce qu'il ne lui est appliqué, qu'il n'agit contre lui, & qu'il ne sejourne sur lui que la moitié autant de temps qu'il agit contre *B*. Le corps *A*, ne peut donc perdre que 1 de Force, & 1 de vîtesse, dans le temps que *B*, perd également 1 de Force, & 1 de vîtesse, quel que soit le nombre d'obstacles qu'ils surmontent l'un & l'autre en temps égal. Car comme nous venons de dire, la réaction des obstacles pour consumer la Force du Mobile, est en raison directe des temps, ou, ce qui revient au même, en raison reciproque des vîtesses. Mais par hypothese, le corps *A* est superieur en Force, & en vîtesse au corps *B*, & *B* a perdu toute sa Force, & toute sa vîtesse au premier temps. Donc après que *B* aura perdu sa Force, & sa vîtesse, ou qu'il aura cessé de se mouvoir, & de monter, *A* retien-

dra encore une partie de ſa Force, & de ſa vîteſſe, & il montera encore, &c. D'où il eſt clair qu'une Force qui réſulte d'une plus grande vîteſſe, doit s'éteindre d'autant plus tard que la vîteſſe eſt plus grande. Il eſt donc de la nature d'une Force quelconque d'agir à chaque inſtant en raiſon de la vîteſſe qui la produit, & d'agir d'autant plus d'inſtans en raiſon de cette même vîteſſe ; ce qui doit produire, dans la durée de ſon action, des impreſſions, ou des eſpaces parcourus en raiſon du quarré de la vîteſſe, quoique la Force ne ſoit réellement qu'en raiſon de la ſimple vîteſſe.

33. Comme il ne s'enſuit pas de ce que le Mouvement uniforme d'un corps fini qui a une vîteſſe finie, ne ceſſe jamais ou dure toûjours, que la Force Motrice actuelle qui le produit ſoit infinie, il ne s'enſuit pas non plus à la rigueur, que la Force Motrice de ce même corps dans le Mouvement retardé, en ſoit plus grande de ce qu'elle doit durer davantage.

Elle n'eſt réellement plus grande que parce qu'elle fait parcourir de plus grands eſpaces en des temps égaux, ou plûtôt ces eſpaces ne ſont plus grands en des temps égaux, que parce que la Force eſt plus grande, en vertu d'une plus grande vîteſſe. Et dans ce cas, elle doit durer davantage ou perir plus tard, non pas, à la rigueur, parce qu'elle eſt plus grande, car la ſeule raiſon de la maſſe pourroit la rendre telle ; mais parce qu'en des temps égaux, elle fait parcourir de plus grands eſpaces. C'eſt par là accidentellement qu'elle dure davantage ou perit plus tard, & par la raiſon que nous en avons donnée ci-deſſus (N°. 32). La plus longue durée ſera, ſi l'on veut, une indication d'une plus grande vîteſſe, mais non pas un ſecond principe de valeur, qui doive multiplier la valeur qu'indique déja la vîteſſe, ou les eſpaces parcourus appliqués aux temps. Ce ſeroit faire une eſpece de double emploi très-vitieux, meſurer une Force par ſes effets, & par les effets de ſes

effets, & toute leur ſuite repanduë ſucceſſivement ſur différens eſpaces. Cent boules égales, & à reſſort, *A*, *B*, *C*, *D*, &c. rangées ſur une ligne horiſontale *HL*, ſe meuvent toutes l'une après l'autre, en vertu de la ſeule Force, & du ſeul Mouvement imprimé à la premiere *A*, ſelon la direction *HL*; il ne faut pas pourtant meſurer la Force appliquée à la boule *A*, par le produit de ſa vîteſſe, & des 100 maſſes miſes en Mouvement à cette occaſion; parce qu'elles n'y ont été miſes que ſucceſſivement, & que ce n'eſt proprement qu'une ſeule & même boule muë, dans l'inſtant où l'on conſidere la Force Motrice, & ſa valeur. Les effets qui deviennent des cauſes à leur tour, ne ſont contenus que relativement, & accidentellement dans la cauſe primitive, & leur ſomme n'exprime pas le développement, ou la meſure de cette cauſe, mais la ſimple repetition, ou l'indice de ſa durée, eu égard aux cauſes contraires, qui pouvoient la détruire, ou arrêter ſon action. *Fig. 3.*

34. Il ſuit de là que lorſque les vîteſſes ſont égales, les impreſſions & les eſpaces parcourus doivent toûjours être en raiſon des ſimples vîteſſes multipliées par les maſſes, quel que ſoit le rapport des maſſes, & par conſéquent des Forces des Mobiles. C'eſt que dans ce cas la ſuperiorité de Force du Mobile *A*, par exemple, ne le fait pas paſſer plus vîte ſur les obſtacles qui lui ſont proportionnels, que la Force du Mobile *B* ne fait paſſer celui-ci ſur des obſtacles ſemblables; ainſi le Mobile *A* ne ſe meut ni plus ni moins de temps que le Mobile *B*. La Force ſuperieure en vertu de la maſſe fait en temps égaux, les mêmes effets que la Force ſuperieure en vertu de la vîteſſe, mais elle ceſſe d'agir tandis que l'autre agit encore. Auſſi le corps *A* de 100 de maſſe ne monte pas davantage avec un degré de vîteſſe, que le corps *B* avec 1 de maſſe, & 1 degré de vîteſſe; parce qu'il ne monte pas ou ne doit pas monter plus longtemps. Il ne doit pas monter plus

long-temps, parce qu'il fait à chaque instant les mêmes pertes de vîtesse que le corps *B* avec de plus grandes pertes de Force, & il fait à chaque instant de plus grandes pertes de Force, parce qu'elles sont proportionnelles à sa masse, comme on sçait que le sont toûjours les impulsions de la Pesanteur.

35. Lorsque la Force d'un corps est supposée plus grande, sans que sa vîtesse le soit en même raison, qui est le cas d'une plus grande masse, & qui seroit celui des *Forces Vives*, s'il étoit possible qu'en des Mobiles égaux les Forces Motrices eussent d'autre rapport que celui des simples vîtesses, les obstacles surmontés en raison de la Force, ne le sont pas sur une plus grande longueur de chemin ; cela n'appartient qu'à la vîtesse ; mais ils sont surmontés en plus grand nombre, en raison de la Force, sur une plus grande largeur. Fig. 2.
Par exemple le Mobile *A*, supposé égal au Mobile *B*, mais avec une vîtesse double, doit remonter 4 toi-

ſes pendant la durée de ſon action, qui eſt de 2 temps, & le Mobile *B* ne doit remonter qu'une toiſe pendant la durée de la ſienne qui n'eſt que d'un temps. Et ſi au lieu des impulſions de la Peſanteur, on met une ſuite d'obſtacles quelconques de même réſiſtance qu'elle, rangés en ligne droite ſur le chemin de ces Mobiles, le Mobile *A* en ſurmontera 4, & le Mobile *B*, en ſurmontera 1. Augmentons préſentement la maſſe du corps *A*, faiſons la double de la maſſe du corps *B*, ſa Force ſera quadruple; ou ſi l'on veut, ſuppoſons par impoſſible, que cette Force devienne quadruple ſans rien changer à la maſſe ni à la vîteſſe précédentes. Quel ſera l'effet de cette Force quadruple ? Ce ne ſera pas de faire remonter le Mobile à plus de 4 toiſes, ni plus long-temps; car nous avons vû que les eſpaces parcourus, & la durée dans les Mouvemens retardés, ſont uniquement relatifs à la vîteſſe, & la vîteſſe demeure ici la même, par hypotheſe. Ce ſera donc de faire

ſurmonter un plus grand nombre d'obſtacles, ſur une plus grande largeur, ſur une double ſuite, par exemple, d'obſtacles pareils rangés ſur deux lignes droites paralleles. Et comme les temps, & la durée de ſon action ſont les mêmes, ce ſera en tout 8 obſtacles qu'il aura ſurmontés, le Mobile *B* n'en ayant ſurmonté que 1, c'eſt-à-dire, en raiſon du Cube de la vîteſſe. Ainſi l'on voit que la Force quadruple à cet égard, ſoit qu'elle vienne d'une maſſe double, ou, par impoſſible, de l'hypotheſe des *Forces Vives*, produiroit les mêmes effets, le même nombre d'obſtacles ſurmontés. Mais dira-t-on, quel ſera l'effet de cette Force doublée ſans augmentation de maſſe ni de vîteſſe, ſi l'on n'a égard qu'aux eſpaces parcourus, & aux impulſions de la Peſanteur, ou, ce qui revient au même, ſi l'on ne ſuppoſe qu'une ſeule ſuite d'obſtacles rangés ſur une droite ? Je reponds qu'il ſera nul, & qu'il le doit être, parce qu'il naît d'une ſuppoſition impoſſible, & purement

imaginaire. La Force en raiſon des ſimples vîteſſes étant une cauſe pleine, & ſuffiſante de tous les effets du Mouvement, & du choc des corps, toute autre valeur qu'on lui aſſignera en mêmes circonſtances, doit être contradictoire, & une Force qui augmente ſans que la maſſe, ni la vîteſſe du Mobile où elle réſide, changent de quantité, eſt un effet ſans cauſe, qui doit devenir à ſon tour une cauſe ſans effet.

VIII.

Nouvelles Réflexions ſur le Mouvement en général.

36. De toute cette Théorie nous tirerons encore deux Obſervations ſur le Mouvement en général, qui ne ſeront pas infructueuſes. L'une que le Mouvement proprement dit, & indépendamment de toute vûë particuliere, ne renferme que l'idée de la vîteſſe, ou, ce qui eſt la même choſe, de l'eſpace parcouru en un

certain

certain temps. Car on n'entend par le Mouvement en général, qu'un changement continuel de diſtance entre le Mobile, ou un point ſimplement, & les autres corps, ou un autre point quelconque, que l'on conſidere comme en repos. Or la diſtance n'en eſt ni plus ni moins changeante, ſoit qu'on la conſidere entre des corps qui ont 100 de maſſe, ou 1 de maſſe, comme 100 de volume ou 1 de volume, ce ſont des modifications particulieres à l'idée du Mobile, & non à celle de ſon Mouvement; il n'y a que la vîteſſe qui influë ſur lui. Ainſi faiſant abſtraction de toute autre vûë, il y a d'autant plus de Mouvement, qu'il y a plu de vîteſſe dans le corps auquel on en attache l'idée.

37. L'autre Obſervation, c'eſt que l'idée du Mouvement proprement dit ne renferme que l'uniformité. Tout Mouvement par lui-même doit être uniforme, comme il doit ſe faire en ligne droite; l'accéleration ou le retardement ſont des limitations

étrangeres à sa nature, comme sa Courbe qu'on lui feroit décrire l'est à sa direction propre. L'accéleration ou le retardement se mêlent à chaque instant au Mouvement proprement dit, & en interrompent l'uniformité par une Force étrangere à celle qui le produit, comme les directions obliques étrangeres le retirent à chaque instant de la ligne droite. Si la Force étrangere, qui s'oppose au Mouvement d'un corps, devient égale à sa Force Motrice elle le détruit totalement, & il en résulte le repos. Le Mouvement retardé d'un corps pesant, qui monte, par exemple, tiendra donc une espece de milieu entre le Mouvement proprement dit, & le repos, & il sera censé approcher d'autant plus de l'un ou de l'autre, que la vîtesse du Mobile sera plus grande ou plus petite, quelle que soit la masse de ce Mobile. Or en tant que ce Mouvement tient du repos, il doit périr dans un instant, mais en tant qu'il tient du Mouvement proprement dit, il doit durer toûjours,

avec une même Force, & demeurer toûjours uniforme. Donc le Mouvement retardé doit se soutenir d'autant plus, approcher d'autant plus de l'uniformité, & pendant un temps d'autant plus long, avec une même Force par rapport à la perte qui s'en fait à chaque instant, qu'il est plus contraire au repos, qu'il est plus grand, ou (N°. 36.) qu'il résulte d'une plus grande vîtesse.

I X.

Autre Proposition fondamentale; nouvelles réflexions sur le Mouvement retardé & acceleré, contre les Forces Vives, *& en faveur de l'opinion commune.*

38. Ceci bien entendu, nous allons enfin demontrer, 1°. *Que ce ne sont pas les espaces parcourus par le Mobile dans le Mouvement retardé, qui donnent l'Estimation & la mesure de la Force Motrice, mais les espaces* non parcourus,

& qui l'auroient été par un Mouvement uniforme dans chaque instant. 2°. Que ces espaces non parcourus *sont en raison des simples vîtesses. 3°. Et partant que les espaces qui répondent à une Force Motrice retardée ou décroissante, en tant qu'elle se consume dans son action, sont toûjours proportionnels à cette Force, & à la vîtesse du Mobile, tant dans les Mouvemens retardés, que dans le Mouvement uniforme.*

39. Pour expliquer, & demontrer cette espece de paradoxe, reprenons l'éxemple des deux Mobiles égaux *A*, & *B*, qui remontent sur les lignes *AD*, *Bδ*, l'un, sçavoir *A*, Fig. 4. avec 2 degrés de vîtesse, & l'autre *B*, avec 1 degré. Nous avons vû (N°. 28.) que si rien ne s'opposoit à la Force Motrice du corps *B*, c'est-à-dire, si le Mouvement étoit uniforme, *B* parcourroit au premier temps les 2 toises *Bδ*, sans rien perdre de cette Force, ni du degré de vîtesse dont elle résulte. Mais parce que, par hypothese, les impulsions contraires de la Pesanteur, qui lui sont continuellement appliquées pendant

ce temps, achevent de consumer sa Force, & sa vîtesse, & l'arrêtent enfin, lorsqu'il est parvenu à la fin, *β*, de la premiere toise, le Mobile *B* ne parcourra qu'une toise dans son Mouvement retardé. Et je dis de même du Mobile *A*; il auroit parcouru dans le premier temps les 4 toises *AD*; mais les impulsions contraires de la Pesanteur, l'ont fait, pour ainsi dire, reculer d'une toise *DC*, pendant ce temps; de sorte qu'il n'en a parcouru réellement que 3; & ces impulsions contraires ont consumé ou détruit en lui un degré de Force, & un degré de vîtesse, comme elles ont fait dans le corps *B*, pendant un temps semblable. Mais parce que le corps *A* avoit 2 degrés de Force, & 2 degrés de vîtesse, il lui en reste encore 1, & il se trouve par là en *C*, Fig. 24 & à la fin du premier temps, dans le cas où se trouvoit le corps *B* au commencement de ce premier temps. Il a donc tout ce qu'il faut pour parcourir encore 2 toises *CE*, en un second temps semblable au premier, si

aucune impulsion contraire ne s'y oppose. Mais les impulsions contraires de la Pesanteur vont s'y opposer, & de la même façon précisément qu'elles se sont opposées au Mouvement du corps *B*. Donc le corps *A* ne parcourra pendant ce 2me temps, que la toise *CD*, ayant pour ainsi dire, reculé de l'autre toise, *ED*, en vertu du retardement, ou des impulsions contraires à sa Force Motrice; après quoi il s'arrêtera en *D*, ou ne montera plus, comme le corps *B* en *β*. De sorte qu'il n'aura parcouru en tout dans les 2 temps de son Mouvement, que 4 toises. Ce sont ces espaces *βδ*, *CD*, dans le premier instant, & *DE*, dans le second, & ainsi de suite, que j'appelle *non parcourus*. Ils sont non parcourus, relativement à la Force Motrice des corps *A*, & *B*, & à leur direction donnée de *B* vers *δ*, & de *A* vers *E*, à laquelle seule on fait attention; quoique en un sens, ils soient très-réellement parcourus en valeur, en direction contraire, & par l'effet d'une autre Force Mo-

trice opposée à la premiere, qui s'y mêle, & qui la modifie continuellement, comme feroit le Mouvement contraire d'un plan sur lequel le Mobile seroit porté.

40. Ce qui est dit ici des espaces non parcourus n'a pas moins lieu à l'égard de tous les autres effets du Mouvement, & du choc, comme il a été remarqué ci-dessus (N°. 27.) par rapport aux espaces parcourus. Et nous dirons de même, 1°. *Que ce ne sont pas les parties de matiere déplacées, ni les ressorts bandés ou applatis, qui donnent l'Estimation & la mesure de la Force Motrice, mais les parties de matiere* non déplacées, *les ressorts* non bandés *ou* non applatis, *& qui l'auroient été, si la Force Motrice se fût toujours soutenuë & n'eût point souffert de diminution.* 2°. *Que ces parties de matiere* non déplacées *sont en raison, &c.* Comme N°. 38.

41. Pour en donner un exemple, soient des impulsions, des obstacles, ou des résistances quelconques uniformément repetées, & placées sur le chemin *AF*, du Mobile *A*, tel-

les par exemple, que les particules
Fig. 5. de matiere 1. 2. 3. 4. &c. ou des lames de reſſort à déplacer, à abbatre, à ſoulever, ou à bander. Il eſt évident que ſi le Mobile, avec un degré de vîteſſe, & de Force, peut en ſoulever 2 en un inſtant, par un Mouvement uniforme, c'eſt-à-dire, en conſervant, ou en reprenant toûjours toute ſa Force, & toute ſa vîteſſe, après avoir ſoulevé la premiere; & qu'au contraire, il n'en puiſſe ſoulever qu'une par un Mouvement retardé, toute ſa Force, & toute ſa vîteſſe s'étant conſumée à ſoulever, ou à bander la premiere, il eſt, dis-je, évident par tout ce qui a été dit ci-deſſus (N°. 15. 28.) que le Mobile *A* ayant 2 degrés de Force, & autant de vîteſſe, ſouleveroit, ou banderoit 4 de ces lames de reſſort dans un inſtant par un Mouvement uniforme. Mais il perd dans cet inſtant, & en bandant les premiers reſſorts, un degré de ſa Force, & de ſa vîteſſe; & un degré de Force & de vîteſſe perduë donne, par hypotheſe (N°.
27)

27) une lame de moins ſoulevée, ou bandée ; donc il n'en bandera que 3 au premier inſtant, ſçavoir 1, 2, 3, & il s'en faudra la lame 4, & l'eſpace *CD*, qu'il ne faſſe ce qu'il auroit fait s'il n'eût rien perdu. Cependant, comme il lui reſte encore un degré de Force, & de vîteſſe, qui lui feroit ſoulever deux lames 4, 5, & parcourir le chemin *CDE* en un ſecond inſtant, ſi ſon Mouvement demeuroit uniforme, & ſa Force conſtante, il doit continuer de ſe mouvoir, & d'agir contre les réſiſtances qui s'oppoſent à ſon Mouvement. Mais au lieu de deux, il n'en doit ſurmonter qu'une, ou ſoulever une lame 4*D*, à cauſe que ſon Mouvement y eſt retardé, & que ſa Force s'y trouve totalement éteinte. Ce qui fera en tout 4 portions de matiere deplacées, ou 4 reſſorts bandés, en vertu de deux degrés de Force réſultans de deux degrés de vîteſſe, & de l'action totale, qui a duré 2 inſtans ; ſçavoir 4 reſſorts — 1 = 3 au premier inſtant, & 2 reſſorts — 1 Fig. 5.

Fig. 5. = 1 au ſecond inſtant. Et l'on voit bien que ce ſera toûjours la même choſe, ſi au lieu de ſuppoſer 2 degrés de vîteſſe, & 2 inſtans, on en ſuppoſe, 3, 4, &c. & que le Mobile parcourra 6, ou 8 toiſes, &c. ou déplacera 6, ou 8 reſſorts, &c. par un Mouvement uniforme, & une Force conſtante, & ſeulement 6 — 1, ou 8 — 1, &c. par un Mouvement retardé, & une Force décroiſſante, dans le premier inſtant, & ainſi de ſuite. J'appellerai donc *portions de matiere non déplacées*, *reſſorts non ſoulevés*, *non bandés*, *ou non applatis*, & en général, *obſtacles non ſurmontés*, tous ceux qui ne l'ont point été, faute d'uniformité, & de perſévérance dans la Force du Mobile, ſçavoir 4*D*, dans le premier inſtant, 5 *E*, dans le ſecond, &c. quoiqu'ils puiſſent être cenſés ſurmontés par la Force contraire dont les impreſſions redoublées peuvent enfin arrêter entierement le Mobile.

Fig. 6. 42. L'Obliquité des directions *AR*, *RE*, &c. du Mobile *A*, contre des

ressorts *R*, *E*, *S*, *T*, &c. autrement posés, mais de même résistance en ce sens que les précédens, ne changera rien à ce que nous venons de dire ; il en résultera toûjours mêmes effets, mêmes ressorts bandés, même extinction de Force dans le Mobile. Fig. 6.

Nous nous arrêterons encore ici à ce qui regarde les espaces.

43. Je dis donc 1°. *Que ce sont les espaces non parcourus βδ, CD, & DE, dans des instans égaux, qui donnent l'Estimation, & la veritable mesure des Forces dans les Mouvemens retardés.* Fig. 4.

Les espaces non parcourus à chaque instant représentent la Force perduë & consumée à cet instant, ou, ce qui revient au même, l'effort de la puissance contraire qui la détruit ou qui la consume, en s'exerçant contre elle. Mais la somme de toutes les Forces perduës, ou de tous les efforts contraires est égale à la Force totale du Mobile. Donc, &c.

Les espaces *Bβ*, *AC*, parcourus par le Mobile dans le premier instant, sont l'effet de la Force constante &

Fig. 4. conſervée, & non de la Force retardée ou perduë : Ainſi ils ne doivent point meſurer la perte qui s'en eſt faite dans le temps employé à les parcourir. Cette perte, dis-je, s'eſt faite en les parcourant, & non à les parcourir ; elle doit être repanduë ſur ces eſpaces, & ſur le temps employé à les parcourir ; mais elle n'a d'effet réel, elle n'apporte de changement à la Force Motrice totale, & ne la fait décroître que proportionnellement à l'eſpace non parcouru, ou à la valeur de l'eſpace non parcouru repanduë ou retranchée continuellement ſur les portions correſpondantes d'eſpace parcouru. L'eſpace parcouru n'exprime que la repetition de la Force totale, ou de la partie qui en eſt conſervée ; eſpace qui ſeroit infini, ſi elle étoit toûjours conſervée, quelque finie qu'elle pût être. C'eſt donc l'eſpace non parcouru $\beta\delta$, *CD*, *DE*, qui meſure ſa partie perduë ou conſumée, celle-là même qui fait le complement de la totale, avec celle qui s'eſt conſervée à chaque inſtant, &

qui ſe ſeroit conſervée de même, ſi le Mouvement eût été uniforme, & s'il eût fait parcourir au Mobile l'eſpace qu'il ne parcourt pas, faute d'uniformité.

44. 2°. Il eſt clair que les eſpaces *βδ*, *CD*, *DE*, qui ne ſont que l'unité répétée à chaque inſtant, & à chaque degré de vîteſſe perdu, ſont égaux en nombre aux inſtans, & aux degrés de vîteſſe, & par conſéquent *que leur ſomme eſt égale ou proportionnelle à la ſimple vîteſſe initiale du Mouvement retardé.* Mais leur ſomme eſt égale à la Force du Mobile (N°. 43). Donc la Force eſt proportionnelle à la ſimple vîteſſe, ſoit qu'on la conſidere dans un inſtant particulier de ſon action, ſoit qu'on la conſidere dans la ſomme de tous les inſtans de ſa durée & de ſon action totale.

Cette ſeconde Propoſition acheve de mettre dans tout ſon jour ce que nous avons dit dans la premiere ci-deſſus (N°. 26.) que les Forces Motrices qui agiſſent dans le Mouvement retardé, & qui s'y conſument,

ne font que comme les fimples vîteffes, quoique les obftacles furmontés, les efpaces parcourus en fe confumant, les impreffions, & les applatiffemens de matiere & de refforts, foient comme les quarrés des vîteffes.

45. 3°. Enfin l'analogie qui doit regner entre tous les Mouvemens en général, foit retardés, foit accelerés, ou uniformes, fe développe ici plus parfaitement qu'elle n'avoit jamais fait. Puifqu'*en tout Mouvement de quelque efpece qu'il puiffe être, retardé, acceleré, ou uniforme, les effets quelconques, qui répondent à la Force Motrice qui fe confume ou qui fe déploie, ou qui demeure conftante, & qui la mefurent, font toûjours entre eux comme la Force, ou comme la vîteffe dont elle réfulte.*

Cela eft évident par tout ce que nous venons de dire. Dans le Mouvement retardé, quand la Force décroît, quand de finie elle devient infiniment petite ou nulle, les efpaces, les efforts, & les effets quelconques rélatifs à fon décroiffement en un inf-

tant quelconque, ou dans toute ſa durée, ſont, comme nous venons de l'expliquer, toûjours proportionnels à elle-même, & à la vîteſſe dont elle réſulte, ſoit en partie, ſoit en ſomme. Dans le Mouvement accéleré, quand la Force croît, quand d'infiniment petite elle devient finie ou même infinie, dans une durée infinie, ſes accroiſſemens, qui répondent à ce qu'elle devient, & à ce qu'elle eſt à chaque inſtant, lui ſont toûjours de même proportionnels, & à la vîteſſe dont elle réſulte; en ſorte que comme elle eſt infiniment petite ou zero dans ſa naiſſance, elle n'eſt que ce que ſont ſes accroiſſemens, & elle n'a d'autre quantité ou d'autre meſure que leur ſomme; de même que la Force qui s'évanoüit après avoir commencé par être finie, n'a pû avoir d'autre valeur que la ſomme de ſes décroiſſemens. A l'égard du Mouvement uniforme, comme il eſt ſuppoſé égal à lui-même à chaque inſtant, & qu'il ne périt point, il ne peut indiquer la meſure

qui le produit, que par des effets, des espaces rélatifs à une certaine partie limitée de son action, ou de sa durée; & en cela il est encore parfaitement analogue au Mouvement retardé; c'est-à-dire, comme nous l'avons remarqué plusieurs fois, qu'à quelque instant qu'on le considere, la Force Motrice & ses effets, les espaces parcourus, &c. sont proportionnels à la vîtesse actuelle. Et si l'on le considere dans sa durée infinie, & que par cet endroit on le compare au Mouvement accéleré, qu'on peut aussi concevoir d'une durée infinie, quoique fini dans ses commencemens, l'analogie se trouvera encore parfaite. Car puisque le premier, je veux dire, le Mouvement uniforme, doit donner dans ce cas une longueur infinie parcouruë, en vertu d'une Force Motrice & d'une vîtesse finie, le second doit donner une longueur plus qu'infinie, ou infinie d'un second genre, & $= \infty^2$, en vertu d'une Force Motrice infinie, & proportionnelle à la vîtesse infinie dont elle

résulteroit, puisqu'on sçait que l'accéleration ne sçauroit durer infiniment, & uniformément, sans que la vîtesse ne devînt infinie; & l'on auroit tort d'en conclure que la Force Motrice dans ce second cas est égale à ∞^2. De sorte que sous quelque aspect que l'on considere le Mouvement, & par quelques effets que se manifeste la Force qui le produit, soit qu'on la mesure, & qu'on l'estime en total, ou par parties dans ses dépérissemens, & quelle qu'en soit la durée, on ne la trouve jamais que proportionnelle à la simple vîtesse.

X.

Généralité de la Théorie précédente. De la simple Tendance *au Mouvement, & des* Forces Mortes.

46. Voilà donc desormais tous les Mouvemens réduits à la même loi, eû égard aux Forces Motrices dont

ils résultent, ou qu'ils expriment. Leur communication dans les corps fléxibles & à ressort, ne nous fera plus imaginer une autre espece d'Estimation, ni conclure une autre valeur pour cette Force, que dans les corps infléxibles & sans ressort. Toute la différence ne consistera qu'en ce que dans les uns la communication est successive, & que dans les autres elle est instantanée. Ce qui produit cette succession dans les uns, & cette instantaneïté dans les autres, est, comme nous l'avons dit (N°. 16. & 28.) tout-à-fait étranger à leur Force Motrice; il ne peut donc apporter de changement qu'à l'ordre de sa distribution, & nullement à sa quantité ou à sa valeur. En un mot, la chaîne de nos raisonnemens sur la mesure des Forces n'est plus interrompue, & elle nous conduit toûjours au même but dans tous les cas, sans en excepter la simple *Tendance*, ou le repos, en tant qu'il résulte de l'équilibre, ou du conflict des Forces contraires.

47. Cependant il faut prendre gar-

de, comme on l'a toûjours remarqué, & long-temps avant qu'il fût question des *Forces Vives*, & des *Forces Mortes*, que le simple effort momentanée de la Tendance, & des Puissances contraires, dans l'équilibre, ne peut, en un sens, être comparé à l'effort de la Percussion, & au choc des corps mous ou fléxibles tels qu'ils éxistent dans la Nature. La raison en est bien évidente par nos principes, & je ne vois pas sur quel fondement on a tant fait valoir cette différence en faveur de l'opinion nouvelle. L'effet de la Percussion dans ces corps résulte d'une vîtesse actuellement finie, & celui de la simple Tendance consiste dans zero de vîtesse, ou dans une vîtesse infiniment petite; l'effet de la Percussion est produit & mesuré dans une suite infinie d'instans qui font un temps fini, & la simple Tendance est conçûë & mesurée dans tout instant indivisible quelconque de sa durée. Elle est donc à la Percussion comme le zero au fini, ou comme le point à la ligne.

48. Mais si dans la Tendance on intégre une Suite infinie d'instans de sa durée égale à la durée finie de la Percussion, la Tendance, & la Percussion seront analogues. Et si les premiers ou les derniers termes des deux Suites, égaux entre eux, le sont au dernier terme de celle de la Percussion, leurs sommes seront l'une à l'autre, comme l'espace parcouru par un Mouvement uniforme en un temps, à l'espace parcouru par un Mouvement retardé ou accéleré, dont la durée auroit été le même temps. Car l'effort de la Tendance est constant, & celui de la Percussion croissant ou décroissant, il passe par zero, où il s'y termine, selon qu'on le conçoit actif ou passif. De sorte que si l'on exprime les espaces parcourus d'un Mouvement retardé ou accéleré par la somme des ordonnées *mi*, *mi*, &c. d'un triangle rectangle *ABC*, dont la base, *BC*, soit proportionnelle à la vîtesse initiale ou finale, & la perpendiculaire *AB*, à la somme des instans *i*, *i*, &c. la Percussion pourra

Fig. 7.

être repréſentée par ce triangle, & Fig. 7.
la Tendance, par un parallelograme *BCED*, de même baſe, & de même hauteur. C'eſt ainſi à peu près qu'un homme eſt auſſi épuiſé de Forces, pour avoir ſoutenu un poids pendant un certain temps, que pour l'avoir tranſporté ou lancé bien loin.

49. La Percuſſion ſera encore comparable à la ſimple Tendance dans le choc des corps infiniment durs & infléxibles; par ce que leur colliſion eſt inſtantanée. Elle le ſera de même dans le choc des corps fléxibles, ſi l'on ne la conſidere que dans un de ſes inſtans, par exemple dans l'inſtant final; car alors, à proprement parler, on ne compare que la derniere ordonnée du triangle à une ordonnée du parallelograme ſur l'axe commun *AD*. Et c'eſt par là que les Formules du choc des corps élaſtiques, pour leurs vîteſſes après le choc, ſont les mêmes dans les deux hypotheſes, ſoit des Forces comme les ſimples vîteſſes, ſoit des Forces comme les quarrés des vîteſſes. C'eſt

ſans doute encore dans cette idée que le *P. Merſenne*, *le Cazre*, &c. & en dernier lieu deux Autheurs fameux par leurs expériences Phyſiques ont eſſayé de meſurer la Percuſſion par la chûte d'un corps contre le bras d'une balance, à l'autre bras de laquelle eſt ſuſpendu un poids en repos ; c'eſt-à-dire, par analogie avec la ſimple Peſanteur. En quoi cependant il ſeroit difficile qu'ils euſſent rien trouvé d'éxact, tant à cauſe des frottemens auſquels cette expérience eſt ſujette, que parce que l'énergie du choc, ou ſon impreſſion ſur l'un des bras de la balance éxigent un temps fini, pendant lequel le poids en repos de l'autre bras recevra toûjours quelque Mouvement, en raiſon inverſe de ſa maſſe, quelque grande qu'elle ſoit par rapport au corps choquant. Car la plus petite Percuſſion doit vaincre la plus grande Puiſſance finie, qui lui réſiſte ſans Mouvement local ; ainſi que l'avoit très-bien remarqué, & très-clairement expliqué le ſçavant *Borelli*, il y a plus de 50 ans, dans

son Traité de la Percussion. *C.* 29. *Pr.* 90.

50. Enfin la simple Tendance, & le Mouvement actuel peuvent être comparés dans leurs Compositions & leurs Décompositions, comme nous l'expliquerons bientôt, & en ce que l'analogie des Forces en équilibre, ou en action, est la même de part & d'autre. Je veux dire, par exemple, que si les trois Puissances, *X*, *Y*, *Z*, tirent ou poussent un même point *P*, qu'elles tiennent en repos par leur équilibre, & en vertu de leurs directions *XP*, *YP*, *ZP*, trois Mobiles qui se choquent selon les mêmes directions, doivent avoir la même analogie de Mouvemens entre eux, que celle de ces Puissances, pour demeurer en repos après le choc, s'ils sont exempts de ressort, ou pour rejaillir avec les mêmes vîtesses qu'avant le choc, s'ils ont du ressort. *Fig.* 8.

51. Mais comment les loix de la simple Tendance au Mouvement ne seroient-elles pas les mêmes en géné-

ral, que celles du Mouvement actuel? Toute Tendance, toute *sollicitation* au Mouvement, la Pesanteur, les Attractions magnetiques, & électriques, ne sont-elles pas l'effet, ou ne peuvent-elles pas tout au moins être conçûës comme l'effet de quelque Mouvement? Je dis plus, *l'Inertie* de la matiere, quelle qu'en soit la cause, cette résistance, plus ou moins grande, qu'elle apporte à être tirée du repos, & à recevoir un Mouvement fini, en raison de sa masse, ne peut-elle pas à la rigueur être conçûë comme l'effet de quelque Mouvement? Du moins, & incontestablement doit-elle être conçûë comme une Force actuelle, qui agit par quelque Mécanisme qui nous est caché. Mais si c'est une Force, la *Masse*, dans le sens que nous l'employons en parlant du Mouvement, & de sa quantité, est elle-même une véritable Force, ou tient lieu d'une véritable Force. Car quand je dis qu'on a d'autant plus de peine à tirer un corps du repos, & à le faire mouvoir avec une

certaine vîteſſe, qu'il a plus de Maſſe; quand j'ajoute que les poids des corps ſont comme leurs Maſſes, que leurs Forces ſont encore comme ces mêmes Maſſes multipliées par la vîteſſe, & toutes les autres propoſitions ſemblables, ou je n'attache aucune idée à ce que je dis, & au mot de Maſſe, ou j'y attache l'idée d'une Force capable de modifier celle qui eſt extérieurement appliquée au corps, pour le mouvoir, ou pour l'arrêter. Sans cela la Maſſe ne ſeroit pas plus capable de s'oppoſer à l'action de la Force extérieure, ou de concourir avec elle pour en augmenter l'effet, que le volume, ou la couleur, ou telle autre dénomination accidentelle des corps. En un mot, une Force ne peut être augmentée, modifiée, ou détruite, que par une autre Force, par un être ſemblable & de même nature qu'elle.

52. Cela poſé il eſt clair que ce que nous appellons communément la Force d'un corps en Mouvement, n'eſt pas une quantité ſimple ou li-

neaire, mais un véritable produit de deux facteurs analogues, un rectangle de deux Forces, sçavoir, celle que nous exprimons par le mot de Masse, & que nous imaginons comme intrinseque au Mobile, & celle que nous appellons plus particulierement Force, & qui est censée lui venir du dehors par le choc, & en vertu de quelque transport actuel, & visible, eû égard aux corps qui l'environnent. Sur ce pied là, la simple Tendance, la Pesanteur, la Pression, & la *Force Morte*, toûjours relatives, ou à la seule Masse, ou au seul effort momentanée de quelque choc invisible qui agit constamment, & qui est répété à chaque instant, seront encore au Mouvement local, & à la Percussion d'une durée finie, comme le zero ou l'infiniment petit au fini, ou comme la ligne à son produit par une autre ligne, ou à la surface. Sans préjudice à la comparaison qu'on en peut toûjours faire en un autre sens, sçavoir, en ne les considerant que dans quelque instant commun & indivisi-

ble, comme dans le choc des corps infiniment durs. Ainſi que nous l'avons expliqué dans les Articles précédens.

53. On voit par là juſqu'où la diſtinction des Forces, en *Forces Mortes*, & en *Forces Vives* pourroit être utile, ſi l'on n'avoit attaché à ces dernieres une idée de quantité tout-à-fait différente, de celle que nous avons demontré devoir être aſſignée à toute Force Motrice. Mais après les diſputes qu'il y a eû ſur cette matiere, & la contrarieté de ſentimens qui les ont fait naître, ce ſeroit abuſer des termes que de ſe ſervir de celui de *Forces Vives*, pour ne dire que ce qu'on a fort bien dit juſqu'ici ſans cela, & pour exprimer toute autre choſe que ce que lui ont fait ſignifier ceux qui en ſont les Inventeurs. Ce ſeroit laiſſer croire qu'il ne s'agit dans toute cette diſpute que d'une Queſtion de Nom, tandis qu'elle roule ſur la choſe même, & nous contenter d'une conciliation apparente, au lieu de la conciliation réelle que nous y avons

cherchée inutilement, & qu'en effet nous n'y sçaurions trouver.

X I.

De la Décomposition *des Forces, & des vîtesses.*

54. On a prétendu encore tirer grand avantage pour les Forces Vives de la Décomposition des Forces & du Mouvement dans le choc oblique des corps ; parce qu'en effet, & en général, la somme des Décompositions se trouve plus grande, & souvent comme le quarré de la Force primitive décomposée, ou de la vîtesse. C'est un point de recherche, qui peut sans doute avoir ses difficultés, & qui par lui-même est très-digne de l'attention des Sçavans ; mais on va voir, par le peu que nous en dirons ici, qu'il n'influë en rien contre l'Estimation ordinaire des Forces & du Mouvement.

55. Premierement on sçait que la

Composition ou le produit de plusieurs Facteurs différe en quantité de leur somme, ou de la simple Addition. Ainsi les nombres 1, 2, 3, 4, en qualité de Facteurs produisent 24, & leur somme n'est que 10, tandis que 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, en qualité de Facteurs ne produisent que $\frac{1}{24}$, & que leur somme est $\frac{50}{24}$. Où est donc la contradiction, qu'une Force quelconque étant considerée dans le Mouvement total du corps où elle réside, comme produit, ne soit pas la même que ce qu'on la trouve dans la somme de ses Facteurs, quand elle vient à être décomposée ?

56. Secondement la Composition, & la Décomposition des Forces qu'on appelle *Mortes* ou des simples Tendances, ne différe point en cela de la Composition, & de la Décomposition du Mouvement actuel, comme nous l'avons déja remarqué dans l'Article des *Forces Mortes* (N°. 50.). Cette consideration est une des premieres qui m'a fait suspendre mon jugement sur les *Forces Vives*, malgré *Fig. 6. & 9.*

les ſçavans hommes que je voyois ſe déclarer pour elles ; & il en a été fait mention dans l'Hiſtoire de l'Académie de 1721 *. Je remarquai dès-lors qu'il en étoit de même de pluſieurs points ou nœuds d'une corde tirés à la fois par pluſieurs Puiſſances auxquelles une ſeule fait équilibre, que de pluſieurs reſſorts bandés ſucceſſivement par un ſeul Mobile. Car ſoit la corde *ANOEQ* tirée par 5 Puiſſances en équilibre, *A*, *X*, *Y*, *Z*, *Q*, par les points ou nœuds *N*, *O*, *E*. Il eſt évident que chacune de ces Puiſſances en particulier ſoutient l'effort de toutes les autres, quelles que ſoient leurs valeurs, & leur ſomme. Ainſi par le moyen des directions ſelon leſquelles on les fait agir, il eſt poſſible, & par des Regles très-connuës, de trouver une de ces Puiſſances, *A*, par exemple, qui vaille 2, & qui faſſe équilibre aux 4 autres, *X*, *Y*, *Z*, *Q*, dont la valeur en particulier ſoit 1, & la ſomme 4. Ce qui revient au Cas des 4 reſſorts ci-deſſus (N°. 42.) que le Mobile *A*

* pag. 85.

bande ſucceſſivement par un Mouvement oblique, ſurmontant par là avec 2 degrés de Force ou de vîteſſe 4 obſtacles, *R*, *E*, *S*, *T*, qui pourroient chacun en particulier conſumer toute la Force d'un Mobile de même maſſe, qui n'en auroit qu'un degré. Car la corde tenduë, ou ſes parties, *AN*, *NO*, *OE*, *EQ*, doivent avoir les mêmes directions entre elles, ou faire les mêmes angles que les chemins que ſuit le Mobile *A*, pour bander les reſſorts, *R*, *E*, *S*, *T*; & les directions *NX*, *OY*, *EZ*, *EQ*, des puiſſances, *X*, *Y*, *Z*, *Q*, par rapport aux portions de la corde, *NO*, *OE*, *EQ*, *EZ* auxquelles elles ſont perpendiculaires, repondent encore à la direction ſelon laquelle ſe doit meſurer l'effort du Mobile *A*, contre les reſſorts, *R*, *E*, *S*, *T*. Donc on n'eſt pas plus fondé à conclure que le Mobile *A* avoit 4 degrés de Force, de ce qu'il a bandé ces 4 reſſorts, qu'à dire que la Puiſſance *A* a 4 degrés de Force, de ce qu'elle fait équilibre à 4 autres Puiſſances dont la

somme vaut 4 degrés de Force. Et il ne faut pas objecter que la Puissance *A* ne fait proprement équilibre qu'à deux, *X*, *O*, ou plûtôt aux trois *X*, *Y*, *E*, les deux dernieres des trois, *Y*, *E*, rëunissant leur effort au point *O*, comme les deux dernieres des quatre, *Z*, *Q*, rëunissent le leur au point *E*; car je répondrai aussi que dans chaque instant du choc, & du bandement des ressorts, le Mobile *A* ne fait que des efforts proportionnels à sa Force & à sa vîtesse actuelles, & que les trois premiers *R*, *E*, *S*, étant bandés au premier temps de la durée de son action, le dernier ne l'est qu'au second temps, ainsi qu'il a été expliqué dans cet endroit du Memoire.

57. J'avouë cependant que pour bien entrer dans l'esprit des *Forces Vives*, il faudra remarquer ici une différence, qui est, que dans le cas du Mouvement actuel, & des 4 ressorts, la valeur 1, de la Force de chaque ressort, ou de chacun des obstacles surmontés, doit être considerée

comme

comme un quarré, ou 1^2. Au lieu que dans le cas de la ſimple Tendance, ce n'eſt que 1 lineaire pour chacune des puiſſances *X*, *Y*, *Z*, &c. D'où il arrive, comme nous le dirons plus bas, que d'autres valeurs aſſignées à la puiſſance *A*, donneroient la ſomme des *X*, *Y*, *Z*, &c. en raiſon double ſimplement avec elle, & non pas comme ſon quarré. Mais cette différence ne nous importe en rien pour la conſéquence que nous avons prétendu tirer de la comparaiſon des deux cas. Il ſuffit que les Décompoſitions quelconques d'une Force la ſurpaſſent, & donnent une ſomme plus grande que leur produit conſideré dans la Force même, dans un cas où inconteſtablement les *Forces Vives* n'ont point lieu, pour infirmer tout ce qu'on en veut déduire en faveur des *Forces Vives*.

58. Troiſiémement la circonſtance des temps ſe mêle encore ici, & fournit le dénoüement des principales difficultés qui s'y rencontrent. Elle entre viſiblement dans les Décompo-

ſitions ſucceſſives, ou plûtôt ces Décompoſitions, & les effets du choc ne ſont qu'une ſeule & même choſe (N°. 42). Et à l'égard de celles qui ſe font à la fois, ou en un temps infiniment petit, en vertu d'un reſſort infiniment prompt, la diſtinction des temps y entre encore par rapport au centre commun de Gravité des Mobiles, & au tranſport de matiere qui en réſulte de même part. Car ſuppoſons la boule *X*, qui ſoit un reſſort
Fig. 10. parfait, mûe ſelon la direction *XR*, avec une vîteſſe qui lui faſſe parcourir en une ſeconde de temps le chemin *x R*, ou la Diagonale d'un parallelograme *x E R F*. Suppoſons de plus que la boule *X* étant parvenuë en *x*, y rencontre deux autres boules ſemblables, *y*, *z*, ſelon les directions *x E*, *x F*, des côtés du parallelograme, qui comprennent l'angle *E x F*. Pour plus de ſimplicité, imaginons que cet angle eſt droit, & que le parallelograme *x E R F* ſe réduit à un quarré. On ſçait qu'en ce cas la boule *X* s'arrêtera en *x*, & que ſon Mou-

vement *x R* ſe trouvera décompoſé en ces deux ci *x E*, *x F*, tels que chacune des boules *y*, *z*, parviendra en une ſeconde de temps à l'extrêmité, *E*, ou *F*, du côté du parallelograme, c'eſt-à-dire, à la ligne *EKF*, par rapport au tranſport de *x* vers *R*, ou à la direction primitive ; ce qui donne leur centre commun en *K*. Mais dans un temps ſemblable la boule *X* ſeroit parvenuë en *R*, & auroit fait le chemin $x R = 2\ x K$, ou, ce qui eſt la même choſe, il faudroit deux ſecondes de temps aux boules *y*, *z*, pour faire un pareil chemin vers *G R H*. Donc la loi des Mouvemens ſimples eſt encore ici gardée à cet égard, & il faut deux fois autant de temps à une même Force primitive pour tranſporter de même part deux maſſes égales, que pour en tranſporter une ſeule.

59. Enfin je prends garde que ce ne ſont pas ſeulement les Forces, qui dans leur Décompoſition ſe trouvent faire une ſomme plus grande que la primitive, & quelquefois en raiſon

du quarré des vîtesses : les vîtesses elles-mêmes sont dans ce cas. Car je puis, faisant abstraction de tout autre objet, imaginer que la vîtesse primitive exprimée par xR, est décomposée en ces deux, xE, xF, qui expriment celles des boules y, z, & dire par conséquent, que la vîtesse avant le choc étant comme xR, ou $\sqrt{\overline{xR}^2}$ ou $\sqrt{1} = 1$, est devenuë après le choc comme $xE + xF$, ou $2\sqrt{\frac{\overline{xR}^2}{2}}$, ou $2\sqrt{\frac{1}{2}} > 1$. De même si dans l'Article ou N°. 42. & à la place des 4 ressorts R, E, S,
Fig. 11. T, & dans les mêmes circonstances je mets 4 boules, R, E, S, T, égales à la boule A qui les vient frapper en a, b, c, d, sous des directions Aa, ab, bc, cd, telles que la mesure du choc ae, bf, cg, cd, soit toûjours égale à $\frac{1}{2}$ Aa, elles iront toutes quatre après le choc avec 1 degré de vîtesse chacune, exprimé par les chemins $RG = ae = \frac{1}{2} Aa$, $EH = bf = ae$, $SI = cg = bf$, & $TK = cd = cg$. Faudra-t-il conclu-

re de là qu'il y avoit dans la Nature 4 degrés de vîtesse avant le choc, qu'ils étoient cachés dans la vîtesse de la boule *A*, & qu'ils n'ont fait que se developper, & se manifester par le choc? Non sans doute; car la boule *A* unique sujet du Mouvement avant le choc, n'avoit par hypothese, que 2 degrés de vîtesse. Je vois bien qu'on dira que ce ne sont point 4 degrés de vîtesse après le choc, mais seulement 4 vîtesses en des masses différentes. Mais je réponds de même, que les Forces décomposées après le choc, ne sont pas 4 degrés de Force, comme ç'en étoit 2 avant le choc, mais 4 Forces prises séparément, & qui résident en 4 masses différentes. Et si l'on insiste sur ce que la vîtesse n'est à proprement parler, que l'effet ou l'indice de la Force, ou si l'on veut, la Force elle-même vûë sous un aspect différent; je demande pourquoi cet effet, cet indice de la Force, ou la Force elle-même exprimée par la vîtesse, ne se trouve-t-elle ici primitivement que comme la racine de ses

Décompoſitions en même genre, elle qu'on veut qui ſoit comme le quarré, ou comme ces Décompoſitions, quand on la conſidere ſous un autre aſpect, & plus particulierement comme Force ? Mais ce qui leve entierement la difficulté, & dont nous avons déja touché quelque choſe (N°. 57.) en parlant des ſimples Tendances, c'eſt que la vîteſſe *Aa*, par exemple, ne donne dans ſes Décompoſitions *RG*, *EH*, &c. une ſomme égale à ſon quarré, que dans le cas où l'hypotenuſe *Aa*, du triangle *Aea*, eſt double de la perpendiculaire *ae*, & où ce rapport eſt exprimé par les nombres 2 & 1 ; à cauſe de la proprieté accidentelle du nombre 2, dont le double 4 eſt égal à ſon quarré, & de celle de l'unité, qui eſt toûjours 1 à toutes ſes puiſſances. Car ſi l'on prend, par exemple, 1 & $\frac{1}{2}$, 4 & 2 à leur place, on trouvera que les vîteſſes décompoſées font une ſomme double, par rapport à la primitive. D'où il eſt clair, que l'expreſſion des Forces & des vîteſſes dans ce cas, en

tant que ramenée en preuve pour les *Forces Vives*, n'eſt pas identique, & que cependant la comparaiſon que nous venons d'en faire, n'en eſt pas moins juſte par rapport à notre but. Puiſque s'il faut conclure qu'une Force étoit primitivement comme le quarré de ſa vîteſſe, de ce que la ſomme de ſes Décompoſitions en des temps quelconques, eſt proportionnelle à ce quarré, il n'en faudra pas moins dire, dans un cas tout ſemblable, que la vîteſſe primitive, qui, par hypotheſe, a une certaine valeur, doit pourtant être meſurée par une valeur double, à cauſe que ſes Décompoſitions la donnent telle. Ce qui eſt également abſurde.

XII.

Concluſion, & Recapitulation de cet Ouvrage.

60. Il réſulte donc de toutes nos remarques, que la Force Motrice des

corps n'est jamais en elle-même, ni dans ses effets en général que proportionnelle à la simple vîtesse ; c'est-à-dire, aux espaces parcourus divisés par le temps, commune mesure de l'action de toute Force Motrice, &
N°. 3. 7. 14. 17. 22. &c. 46. de sa quantité. * Et que si quelques-uns de ses effets, tels que les espaces parcourus dans le Mouvement accéleré ou retardé, les parties de matiere déplacées, ou les ressorts applatis par le choc & la collision mutuelle
N°. 11. 12. 13. des corps, paroissent la donner * comme les quarrés de la vîtesse, ce n'est que parce que dans tous ces cas, la Force qui agit à chaque temps en raison de la vîtesse actuelle, selon la Loi générale des Mouvemens, agit aussi d'autant plus de temps qu'elle est plus grande, selon la Loi particuliere des
* 26. Mouvemens retardés. * Ainsi les effets d'une Force double par rapport à une autre, ne sont jamais quadruples, que parce que la durée de son action, dans la production de ses effets est double par rapport à la durée
* 28. 29. de l'action de cette autre. * Et la du-

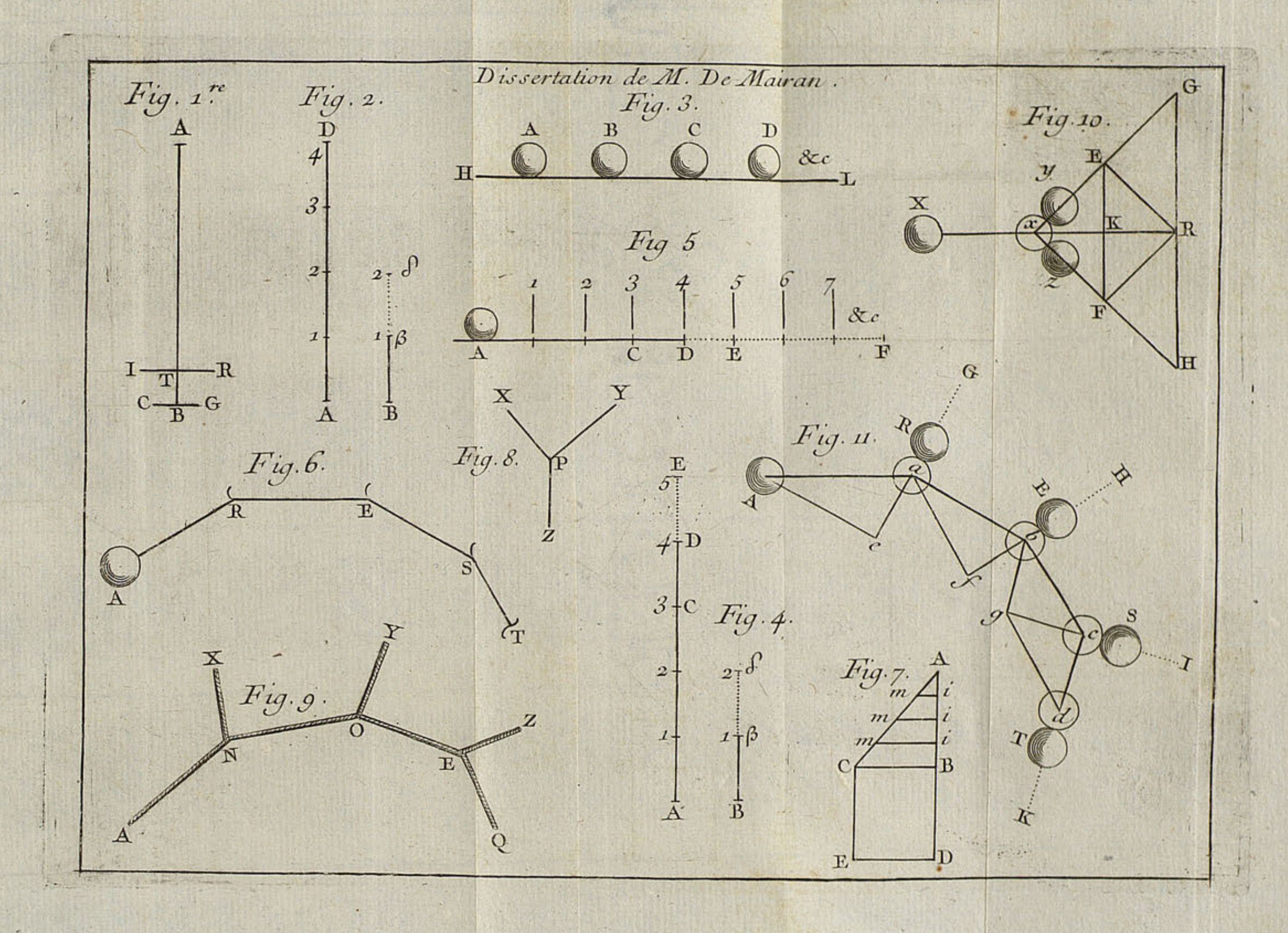
rée de ſon action n'eſt double, que parce que le Mobile ſéjourne la moitié moins de temps ſur chacun des obſtacles ſemblables qui lui réſiſtent; * & cela encore par le principe, que toute réſiſtance diminuë d'autant moins la Force qui s'exerce contre elle, qu'elle lui eſt appliquée moins de temps. * Car toute Force, & tout Mouvement, conſiderés ſeuls & en eux-mêmes, devroient durer toûjours, & produire par là des effets ſans fin, un eſpace parcouru infini; * c'eſt leur nature. Il faut donc des impulſions ou des Forces contraires pour les détruire, & ils doivent durer d'autant plus, ou être détruits d'autant plus tard par ces Forces contraires, qu'ils ſont plus grands par rapport à elles, & plus loin en ce ſens du terme oppoſé, l'*Inertie*, * & le repos; ce qui n'eſt pas moins encore de leur nature. Les effets quadruples en un temps double ne ſont donc qu'indiquer & manifeſter une Force double, & il faudroit qu'ils fuſſent octuples, ou comme le cube

*30.
* 32.
* 33.
* 37.

de la vîtesse, pour indiquer une For-
ce quadruple, ou comme le quarré
* 35. de la vîtesse. * C'est là la Loi & la vé-
ritable mesure des Forces, tirée de
leurs effets mêmes, en tant qu'elles
se soutiennent, & qu'elles perséve-
rent dans leur action. Leur mesure
en tant qu'elles s'y consument, &
qu'elles périssent, ne nous en donne-
nera pas une évaluation différente.
* 36. 38. * La somme des espaces non parcou-
40. rus, des parties de matiere non dé-
placées, des ressorts non bandés, &
qui l'auroient été, si la Force n'eût
point diminué & péri, en un mot
tous les effets analogues à ses pertes,
à ses valeurs négatives & successive-
ment retranchées, & par conséquent
proportionnels à elle-même, le sont
* 43. 44. à la simple vîtesse. * Quant à la dis-
45. tinction des *Forces Mortes* & des *For-
ces Vives*, ou, selon nous, de la sim-
ple Tendance, & du Mouvement
actuel, nous avons montré jusqu'où
* 47. 52. elle étoit recevable; * en quoi ces
53. deux sortes de Forces bien entenduës
différoient entre elles, & en quoi

elles étoient de même genre, sans qu'on en pût rien conclure de favorable à l'opinion nouvelle. * Enfin la * 48. 49.
Décomposition des Forces & des 50. 51.
Mouvemens, qui garde toûjours la même analogie, & les mêmes rapports que la Décomposition des simples Tendances, & des vîtesses, * ne * 54. &c.
nous permet plus de douter que la 59.
Nature ne soit parfaitement uniforme sur cet article, comme elle l'est presque toûjours dans la partie essentielle de ses Phénomenes.

FIN.



Dissertation de M. De Mairan.
Fig. 1.re
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig 5
Fig. 4.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.

2

LETTRE
DE
M. DE MAIRAN
SECRETAIRE PERPETUEL
DE L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES, &c.

---

*A MADAME ***.*

SUR la Queſtion des Forces Vives, en réponſe aux Objections qu'elle lui fait ſur ce ſujet dans ſes *Inſtitutions de Phyſique.*

A PARIS,
Chez CHARLES-ANTOINE JOMBERT, Libraire du Roi pour l'Artillerie & le Génie, rue S. Jacques, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XLI.
AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

LETTRE DE M. DE MAIRAN

SECRETAIRE PERPETUEL DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES, &c.

*A MADAME ***.*

Sur la Queſtion des Forces Vives, en réponſe aux objections qu'elle lui fait ſur ce ſujet dans ſes *Inſtitutions de Phyſique.*

MADAME,

LE Public jugera ſi votre Critique ſur la Diſſertation que je

joins ici, eſt bien ou mal fondée, & ſi l'air paradoxe de la Propoſition que vous y avez particulierement attaquée, annonce un paralogiſme, ou un raiſonnement ſolide, qui n'en devoit être que plus frappant. C'eſt pour faciliter ce jugement que j'ai conſenti à la réimpreſſion de mon Ouvrage ſous une forme plus commode, & plus propre à ſe répandre, étant détaché du corps des Memoires de l'Academie*. Du reſte je n'y ai fait d'autre changement, que de mettre en Titre les Sommaires qui étoient à la marge dans l'*in-quarto*. Agréez cependant, Madame, que je vous le préſente, &, s'il eſt permis d'eſperer quelque réviſion après vos Arrêts, que je le ſoumette de

---

* An. 1728.

nouveau à vos lumieres. Recevez-le du moins, je vous prie, comme un hommage que je vous rends. J'attendrois trop, ou plûtôt j'attendrois vainement, si je ne voulois m'aquitter de ce devoir, que par de grands & d'excellens Livres, ou de l'importance de celui dont vous m'avez honoré. Il me suffit pour oser vous offrir celui-ci, que vous l'ayez jugé digne d'être sacrifié sur les Autels que vous élevez à M. *Leibnits*.

Je ne puis vous cacher, Madame, que je crois ma cause jugée avec un peu de précipitation, que je pense même qu'il n'y avoit qu'à bien lire la Proposition dont il s'agit, soit dans son énoncé, soit dans le texte qui la suit, & qui l'explique, pour se garantir du faux aspect sous lequel vous

l'avez confiderée. Mais je fais plus, Madame, j'ose préfumer que ce même Ouvrage où vous l'avez lûë, un peu médité, vous fournira de quoi fentir le foible des preuves qui vous ont paru les plus victorieufes en faveur des Forces Vives, & qui rempliffent le dernier Chapitre de vos *Institutions de Physique.*

Ma préfomption n'eft pas ce me femble fans fondement, & je me flatte du moins, après tout ce qui s'eft paffé, que vous la trouverez excufable. Car enfin, Madame, les raifonnemens de ce Memoire, qui ne vous paroiffent aujourd'hui que *féduifans*, vous les jugiez *admirables*, & fi lumineux que vous fembliez être perfuadée qu'ils avoient détrompé le monde de l'erreur des Forces Vives; lorfque vous écriviez votre fçavante Piéce fur la nature

du Feu *. Qu'eſt-il arrivé depuis qui m'ait enlevé un ſi glorieux ſuffrage ? Le voici , Madame , & la date de votre changement. * p. 105.

C***. le ſéjour des Sciences & des beaux Arts , depuis que vous l'habitez , devint peu de temps après les éloges que vous m'aviez ſi liberalement accordez , une Ecole Leibnitiene, & le rendez-vous des plus illuſtres Partiſans des Forces Vives. Bientôt on y parle un autre langage, & les Forces Vives y ſont placées ſur le Trône à côté des Monades ; vous envoyez alors à Paris un Correctif des louanges que vous aviez données à mon Ouvrage, & des effets trop ſurprenans que vous lui aviez attribués ; vous ſouhaitez en même-temps que ce Correctif, ne pouvant être inſeré dans le Texte , ſoit mis en *Errata* à la ſuite de votre Piéce qu'on

imprimoit actuellement. Mais à peine avoit-on exécuté ce que vous ſouhaitiez, qu'il ſurvient de votre part un *Errata* de l'*Errata*, où le ſimple Correctif ſe change en une eſpece d'Epigramme contre ce Memoire tant, & trop loué. Vous ſçavez, Madame, comment ce nouvel *Errata* ne fut point publié, & comment, malgré mes inſtances, l'illuſtre Academicien, ſur qui rouloit le ſoin de l'Edition, fit arrêter à l'Imprimerie Royale les Exemplaires qui en avoient été tirés pendant ſa maladie, & dont il s'étoit déja échappé un petit nombre dans le Public. Mais il n'eſt point queſtion ici du contraſte que tout cela pourroit faire avec un monde pour lequel vous êtes née, & avec la bienveillance dont vous m'aviez honoré juſques-là. Je n'ai rappellé

ce détail que pour mieux juſtifier les motifs de cette Lettre ; car voici comment je raiſonne.

Madame * * *. a jugé mon Memoire excellent, & les Forces Vives refutées ſans reſſource, lorſqu'elle a lû, penſé, & médité toute ſeule ; elle n'a modifié ce jugement, & enfin elle n'a porté un jugement contraire, que depuis qu'elle a lû & penſé avec d'autres ; depuis qu'elle a adopté des ſentimens philoſophiques, qui pouvoient fort bien, à la vérité, marcher ſans que j'y fuſſe impliqué nommément, mais qu'elle a jugé à propos d'accompagner de tout ce qu'elle a cru capable d'augmenter le triomphe qu'elle a décerné, & qu'elle prépare à ſon Héros ; en un mot depuis qu'elle a adopté ſans reſerve toutes les idées de M. *Leibnits*. Seroit-il impoſſible que Mada-

me ***. ſe livrant de nouveau à ſon excellent génie, & à la ſeule évidence, ou, ſi elle veut, au ſeul principe de la raiſon ſuffiſante, & reliſant ma Diſſertation dans cet eſprit d'équilibre, s'y rappellât les traits de lumiere qui l'avoient frappée, & dont j'ai lieu de croire que l'obſcurciſſement n'eſt venu que d'une cauſe étrangere ?

C'eſt ainſi, Madame, que je raiſonne, ou peut-être que je me fais illuſion ; mais toûjours en conſéquence de l'idée avantageuſe que j'ai conçue de votre diſcernement.

Comment pourrois-je penſer en effet, que ce ſoit dans une lecture attentive, & déſintereſſée, que vous ayez découvert cette prétendue faute de calcul, ou plûtôt cette bevue groſſiere que vous m'attribuez, en me faiſant

dire qu'un corps avec la Force nécessaire pour fermer seulement 4 ressorts, en ferme 6? Vous avez raison sans doute, après cela, d'ajouter que c'est comme si je disois que 2 & 2 font 6, & que l'un n'est pas plus impossible que l'autre. Mais si, en vertu d'une vîtesse imprimée, & d'une Force capables de faire mouvoir un corps pendant deux instans, je disois que par le Mouvement supposé, ce corps aura la Force de fermer ou d'abbattre 4 ressorts dans le premier instant, & 2 dans le second, ce qui fait assurement 6, y auroit-il là de l'impossibilité, comme il y en a que 2 & 2 fassent 6? Lisez, je vous supplie, Madame, & relisez, vous verrez qu'il n'y a que cela. Imaginez deux mobiles *M*, *N*, qui par la Force qu'une impulsion quelconque leur a imprimée, montent perpendiculai- page 43.

rement à l'horiſon, l'un (*M*) par un Mouvement retardé, comme on a coûtume de le concevoir, & l'autre (*N*) par un Mouvement uniforme, ou un aſſemblage de Mouvemens uniformes à chaque inſtant, tel que ſa vîteſſe dans chacun de ces inſtans, ſoit égale à la vîteſſe du mobile *M* au commencement de l'inſtant correſpondant de ſon Mouvement retardé; ne s'enſuit-il pas que tandis que le corps *M* parcourt par exemple 5 toiſes au premier inſtant, 3 au ſecond, & 1 au troiſiéme, *N* parcourra 6 toiſes au premier, 4 au ſecond, & 2 au troiſiéme? Où ſera donc l'incongruité de dire que le corps qui auroit la Force de parcourir ainſi, & par les ſuppoſitions clairement énoncées, 6 toiſes au premier inſtant, 4 au ſecond, &c. & 12 toiſes en tout, auroit primitivement

la Force néceſſaire pour parcourir 12 toiſes ſelon cette loi ?

Je ne comprends rien à ce que p. 43. vous dites, Madame, qu'*on ne peut réduire, même par voye d'hypotheſe ou de ſuppoſition, le Mouvement retardé en uniforme* ; car rien n'eſt plus ordinaire, & ſouvent plus indiſpenſable, pour entendre, ou pour expliquer la théorie du Mouvement. C'eſt là-deſſus que roule la Propoſition fondamentale de *Galilée*, dans ſon Dialogue *De motu naturaliter accelerato* ; *Galilée* a été ſuivi en cela de tous les Géometres qui ont traité la même matiere après lui ; & ma ſuppoſition n'eſt que l'inverſe, ou un Corollaire de la ſienne.

Il eſt vrai que je conclus de là, que les 3 toiſes de plus parcourues par le corps *N* dans l'exemple précédent, & non parcourues par

le corps *M*, ſont en raiſon de la ſomme des extinctions ou des pertes de ſa Force, occaſionnées par les retardemens qu'il a ſouf-ferts, & en raiſon de ſa vîteſſe primitive. Et comme la Force primitive réſultante de ſa vîteſſe eſt égale à la ſomme de ſes pertes ou des extinctions de ſa Force par les obſtacles qui la réduiſent enfin à zero, il eſt certain qu'il ſuit de là que la Force primitive du corps *M*, étoit en raiſon de ſa ſimple vîteſſe, & non du quarré de ſa vîteſſe. Et c'eſt, Madame, ce que vous ne ſçauriez me paſſer, mais que vous ne refutez nullement.

Je n'inſiſterois pas davantage ſur ce qui me regarde, ſçachant que des perſonnes habiles veulent bien me faire l'honneur de prendre ma défenſe, & entrer là-deſſus dans le détail le plus inſtructif, ſi je n'avois à vous faire re-

marquer encore une circonſtance aſſez ſinguliere de votre Critique. C'eſt, Madame, que vous y paroiſſez toûjours citer mes propres paroles, & que ce ne ſont pourtant que les vôtres, ou celles d'un autre que vous y avez citées, ou de ſimples réſumés que vous y avez tranſcris. Je vais mieux m'expliquer; vous rapportez en lettre italique, ou vous diſtinguez par des guillemets les prétendus paſſages tirés de ma Diſſertation, & indiqués par leur articles ou numeros; & ce n'eſt point cela, mais tout au plus des abregés ou des extraits que je ne connois pas. On croiroit d'abord, par exemple, p. 429. que l'énoncé de la Propoſition que vous allez, dites-vous, refuter, eſt le mien, étant bien indiqué par les N°. 38. & 40. point du tout, c'en eſt un autre que

vous me prêtez, & très-defectueux, pour ne rien dire de pis. Suit un morceau qui occupe plus de la moitié de la page 430. & que la marge annonce pour les N°. 39. & 44. on ne le trouve ni dans l'un, ni dans l'autre de ces N°. ni dans les deux pris ensemble. Dites-moi aussi, je vous prie, Madame, dans quel endroit de mon N°. 33. on lit les paroles qui sont rapportées sous ce titre au bas de la p. 432? Et ainsi du reste.

Je conviens qu'il est permis d'abreger & de résumer ce qu'un Autheur a écrit plus au long, ou répandu en divers endroits de son Ouvrage; mais je suis fort trompé, s'il est permis de donner ces résumés pour son texte. Il me semble que cela ne doit pas être permis surtout, quand on prétend refuter cet Autheur, & en-

core moins, quand il s'agit de Mathematique, & de Sciences exactes. Mais que sera-ce lorsque l'on y déguise, ou que l'on y supprime ce qu'il avoit dit de plus important pour la Question, & qu'on procede ainsi sans que le Lecteur en soit averti, ou puisse s'en appercevoir à aucun signe? Par exemple, après les mots d'*espaces non parcourus*, vous supprimez ces paroles, *& qui l'auroient été par un Mouvement uniforme dans chaque instant*, qui les suivent, N°. 38. à la tête de la Proposition; & celles-ci qui disent la même chose, N°. 40. *& qui l'auroient été si la Force Motrice se fût toûjours soutenuë, & n'eût point souffert de diminution.* Vous venez de voir cependant, Madame, qu'elles étoient si essentielles, ces paroles, qu'on peut raisonnablement douter que vous

euſſiez jamais voulu attaquer cette théorie, ſi elles n'avoient pas été retranchées de ſon énoncé, & ſi vous les aviez eues ſous les yeux quand vous en avez entrepris la refutation. Mais elles ne ſe trouvent ni là, ni ailleurs, c'eſt-à-dire, ni dans aucun des morceaux que vous m'attribuez, ni dans les remarques de votre part qui les accompagnent; quoiqu'aſſurément une reſtriction ſi néceſſaire n'ait pas été oubliée chez moi, & ſe trouve dans ma Propoſition même, dans ſa Demonſtration, & dans ſes Corollaires. Mais traitons ſi vous le voulez, Madame, tout cela de bagatelle; tout au moins me ſera-t'il permis d'en conclure, & de réſumer à mon tour, que c'eſt ſans beaucoup d'exactitude, & un peu cavalierement que vous avez prétendu me refuter.

Pour

Pour juſtifier après cela l'autre partie de ce que j'ai avancé dans cette Lettre, ſouffrez, s'il vous plaît, que je vous diſe mon ſentiment ſur les preuves que vous avez données, ou adoptées en faveur des Forces Vives. Je me contenterai d'en choiſir une ou deux de celles dont vous m'avez paru faire le plus de cas, & j'ajouterai enſuite quelques réflexions ſur cette matiere en général. C'eſt tout ce que je puis faire dans une Lettre comme celle-ci, où l'on ne doit s'attendre ni à un Traité complet, ni à une Refutation dans les formes.

Un de ces Argumens *qui ne laiſſe lieu à aucun ſubterfuge........ qui ne laiſſe aucun lieu aux prétextes que l'on allegue contre la plûpart des autres expériences qui prouvent les Forces Vives*, un exemple admi-

page 435.
page 436.

rable, & que l'on doit à feu M. *Herman*, eſt celui-ci. Le corps *A*, de 1 de maſſe & 2 de vîteſſe, vient frapper le corps élaſtique *B*, en repos & de 3 de maſſe, il lui communique 1 de vîteſſe, & il retourne lui-même en arriere avec 1 de vîteſſe; en cet état il rencontre *C*, autre corps à reſſort & en repos, de même maſſe que *A*, il lui communique le degré de vîteſſe qu'il avoit & qu'il perd, & il demeure en repos. Or ſi l'on multiplie la maſſe de *B*, qui eſt 3, par 1 de vîteſſe, *ſa Force ſera* 3, *de l'aveu même de ceux qui refuſent d'admettre les Forces Vives*, & pareillement ſi l'on multiplie la maſſe de *C*, qui eſt 1, par 1 de vîteſſe, on aura 1 de Force, ce qui fait en tout 4 de Force; d'où il ſuit, ſelon les principes mêmes des Adverſaires, & ſelon leur maniere d'évaluer les Forces Motri-

ces, que 2 degrés de vîteſſe & 1 de maſſe dans le corps *A*, qui ne font que 2 de Force, ſelon eux, ont produit 4 de Force dans la nature après le choc. Mais ces 4 degrés de Force n'ont été produits ou communiqués par le corps *A*, que parce qu'il les avoit; *donc*, concluez-vous, *la Force du corps A qui avoit 2 de vîteſſe & 1 de maſſe, étoit 4, c'eſt-à-dire, comme le quarré de cette vîteſſe multiplié par ſa maſſe.* Voici donc ce qu'on appelle un Argument *ad hominem*, qui nous réduit au ſilence, ne nous laiſſant pas même la reſſource d'un ſubterfuge plauſible.

Mais que diroit-on d'un homme, qui étant dans la fauſſe perſuaſion que le double de tout nombre entier, ou rompu, eſt égal à ſon quarré, nous en donneroit pour preuve l'exemple du nombre 2, parce que 2 & 2 font

4, de même que 2 multiplié par 2 fait 4 auſſi ? Ne lui repondroit-on point ſur le champ, que 3 & 3 font 6, & que le quarré de 3 eſt pourtant 9 ; que le double de 1 $\frac{1}{2}$ eſt 3, & que ſon quarré n'eſt que 2 $\frac{1}{4}$; qu'un exemple particulier, fortuit, & équivoque, ne prouve pas une théorie générale ; ou plûtôt ſe donneroit-on la peine de lui repondre ?

Reprenons maintenant l'exemple des trois boules *A*, *B*, *C*, & voyons s'il eſt plus concluant que celui auquel je viens de le comparer. Mais pour ôter l'équivoque que cauſe ici le nombre 2, & enſuite l'unité, donnons à la boule *A*, 3 de vîteſſe par exemple, ou 4, pour éviter la fraction de la moitié de l'impair ; remettons la Formule du choc des corps à reſſort ſous nos yeux, & calculons ſur le même pied la

Force qui ſe doit trouver dans la nature après le choc. Il eſt clair que *B* ira en avant avec 2 degrés de vîteſſe ; c'eſt-à-dire, avec la moitié de celle qu'avoit le corps *A* avant le choc, comme dans l'exemple ci-deſſus. Mais 2 de vîteſſe par 3 de maſſe donnent 6 de Force ; & parce que *A* rejaillit en ſens contraire à ſa premiere direction, avec la même vîteſſe qu'il a communiquée à *B*, comme dans le premier exemple, & qu'il communique de même toute ſa vîteſſe & toute ſa Force à *C*, ſçavoir —2 ; il ſuit, *de l'aveu même de ceux qui rejettent les Forces Vives*, à la maniere de compter deſquels vous voulez bien vous prêter ici pour les tirer d'erreur, en ajoutant néanmoins les Forces qui agiſſent en ſens contraire ; il ſuit, dis-je, qu'il y aura après le choc 8 de Force, au lieu de 4 qu'ils en

comptoient avant le choc. Mais prenez garde, Madame, qu'il y en devroit avoir 16 ſelon vous, exprimés par la maſſe de *A*, qui eſt 1, multipliée par le quarré 16 de ſa vîteſſe 4. Ils ſe trompent donc, ſi vous voulez, mais vous vous trompez auſſi, & au lieu de dire que la Force Vive eſt comme la maſſe multipliée par le quarré de ſa vîteſſe, il faudra vous réduire déſormais à ne faire cette Force que comme la ſomme des maſſes multipliée par le double de la vîteſſe. Et il eſt évident que dans l'exemple même allegué, 2 de vîteſſe ne donne le nombre 4 qu'entant que double de ſa premiere puiſſance, & non comme la ſeconde ou ſon quarré.

Voulez-vous conſiderer la choſe ſous un autre aſpect, & tout le reſte demeurant égal, c'eſt-à-dire, conſervant à la boule *A* les

deux degrés de vîtesse que vous lui avez d'abord donnez avant le choc, assigner successivement à *B*, différentes masses au-dessus, ou au-dessous de 3 ? Vous allez voir par le même procedé qu'il y aura dans la nature tantôt plus, & tantôt moins de Force après le choc, qu'il n'en résulte de la masse multipliée par le quarré de la vîtesse avant le choc ; & cela entre deux Limites, dont l'une donne la masse multipliée par la simple vîtesse avant le choc, ce qu'il est inutile de spécifier ici plus particulierement. Ceux qui rejettent les Forces Vives, & dont vous avez cru obtenir l'aveu, vous diront donc, Madame, d'après tous ces cas, qu'il est vrai que la somme des Forces de plusieurs mobiles ainsi mesurée après le choc, peut être plus grande que celle qu'il y avoit dans la nature

avant le choc, mais qu'il en résulte qu'elle est plus grande, ou plus petite que la Force Vive mesurée par les quarrés des vîtesses ; & ils ajouteront qu'il y a pour cela à parier l'infini ou deux infinis contre le fini, puisqu'il y a une infinité de cas au-dessus, ou au-dessous, contre un seul de ceux qui vous sont favorables.

Or voyez je vous prie, Madame, à quoi se réduit cet exemple formidable qui devoit les accabler.

J'avouë que j'aurois eu plus de tort qu'un autre d'en être allarmé ; après avoir demêlé dans ma Dissertation plusieurs de ces cas, comme par exemple, de 4 boules égales entre elles & à une cinquiéme, qui vient les choquer successivement sous des angles donnés, avec 2 degrés de vîtesse primitive, & qui leur com-

munique à chacune par le choc 1 de vîteſſe, ce qui fait 4 de Force après le choc, &c.

Auſſi, Madame, je me contenterai de vous dire ſommairement, que tous les corps dont il s'agit ici, ſont ſuppoſés, ou le doivent être, ſe mouvoir d'un Mouvement uniforme avant & après le choc, & que par conſéquent les Forces Vives ne ſçauroient y avoir lieu: qu'il n'y a véritablement dans tous ces exemples, que 2 degrés de Force après le choc, comme avant le choc, en ôtant la quantité négative qui s'y trouve pour le corps *A*, ou *C*, de la poſitive qui appartient au corps *B*, & en ne conſiderant que le tranſport de matiere ou du centre commun de gravité des maſſes de même part: qu'il eſt contre toutes les regles du calcul dans l'addition où la ſomme qu'on fait des grandeurs

dont les unes ſont affectées du ſigne *plus*, & les autres du ſigne *moins*, comme elles le ſont ici après le choc, d'ajouter celle qui a le ſigne *moins*, à celle qui a le ſigne *plus*, comme vous faites, au lieu de l'en ſouſtraire, ce qui ne vous donneroit jamais qu'une ſomme de Forces en raiſon des maſſes multipliées par les ſimples vîteſſes : que le reſſort eſt une vraie machine dans la nature, dont les effets doivent être évalués comme ceux des machines ordinaires, par leur action totale vers le côté du plus fort : que ces effets conſiſtent à doubler celui qu'auroit produit le ſimple choc en des matieres non élaſtiques : que ſi l'on veut conſiderer ſéparément tous les effets du choc des corps à reſſort, en ſommant comme poſitif ce qu'ils donnent dans les deux ſens contrai-

res, il ne faut nullement attribuer la nouvelle Force qui ſemble en réſulter dans la nature, & qui ſe manifeſte par le choc, à l'énergie du corps choquant, comme s'il ne faiſoit que la tranſmettre au choqué, mais à un principe étranger de Force, où la produite en apparence étoit déja, & d'où elle part; en un mot, à la cauſe Phyſique quelconque du reſſort, dont le choc n'a fait que déployer l'activité, & abbattre, pour ainſi dire, la détente, &c. Il ſeroit inutile de s'étendre davantage ſur des Remarques dont les principes ont été ſuffiſamment indiqués dans ma Diſſertation; & je veux autant qu'il eſt poſſible, ne me pas écarter de votre point de vuë.

Mais ce qui ſurprend ici, & à quoi l'on n'auroit pas cru devoir s'attendre, c'eſt que cet Argument tranchant, qui dans le §.

577. ne laissoit aucun lieu aux subterfuges, en va éprouver un au §. 579. & c'est vous, Madame, qui le fournissez à vos adversaires. *Cependant*, ajoutez-
page 437.
vous, *la difficulté du temps (si c'en est une) reste toûjours dans cette expérience, puisque la boule A n'a communiqué sa Force aux boules B, & C, que successivement.*

Et qui croiroit encore que c'est sans nécessité que vous vous relâchez ainsi en faveur du parti ennemi ? Rien n'est plus vrai cependant, & j'aurois mauvaise grace de me prévaloir là-dessus de votre aveu. Non, Madame, on ne peut vous rien objecter de pareil. Tout est fait ici dès que le corps *A* à choqué le corps *B*; il y a dès-lors dans la nature, de l'aveu des Adversaires, & de la façon dont vous le calculez, 4 degrés de Force, qui résultent

de ce choc ; ils résident en *B*, & en *A*, pris ensemble avec des directions contraires, & le corps *C* que vous faites trouver sur le chemin de ce dernier, n'est, si je l'ose dire, qu'un intrus dont on n'a que faire pour l'objet principal, qui est, que 2 degrés de vîtesse sur 1 de masse, ont en eux de quoi produire 4 de Force par le choc ; & par conséquent que le corps où résidoit cette vîtesse les avoit, ainsi que vous le voulez croire, ou que sa Force étoit comme le quarré de sa vîtesse. Et vous me permettrez d'ajouter que rien n'empêchoit ensuite que vous ne fissiez remarquer, qu'en mettant un corps *C*, de même masse que le corps *A*, sur son chemin, &c. on y pouvoit observer ce *rapport admirable* qui se trouve *entre la façon dont le corps A perd sa Force dans cette expérience, & celle dont* pag. 436.

un corps qui remonte par la Force acquiſe en deſcendant, perd la ſienne, &c. Car le nouveau corps *C*, n'apporte aucun changement, rien de plus ni de moins, à la Force qui s'eſt déja manifeſtée par le choc, non plus qu'à la preuve tirée de l'exemple; preuve qui en cette occaſion vaut autant qu'une autre, ſi un cas fortuit, & équivoque peut former une preuve. Ce n'eſt pas que le tems n'entre ici à d'autres égards, mais ce n'eſt nullement de la façon que vous avez cru devoir craindre.

Quoiqu'il en ſoit, Madame, vous avez jugé à propos de prevenir une objection qu'on ne devoit pas vous faire, par un aveu dont vous pouviez vous diſpenſer; & c'eſt ce qui vous oblige de recourir à un nouveau cas, où vous comptez bien ſûrement

pour le coup, que les Adverſaires des Forces Vives n'auront rien à vous repliquer.

Ce cas qu'on a enfin trouvé, & *qu'ils croyoient introuvable*, eſt celui d'une boule qui va choquer en même temps, & avec 2 degrés de vîteſſe, deux autres boules dont la maſſe eſt double de la ſienne, & la ſomme quadruple, & qui va les choquer obliquement ſous un angle donné, ſçavoir de 60 degrés, & tel, qu'il leur eſt communiqué 1 degré de vîteſſe à chacune, & par conſéquent 2 de Force; ce qui fait 4, ou le quarré de la vîteſſe de la premiere, & *qui fait tomber entierement l'objection tirée de la conſideration du temps, dont les ennemis des forces vives ont fait juſqu'à préſent tant de bruit.* pag. 438.

Mais oſerai-je vous le dire, Madame, cet exemple ne prou-

ve pas mieux que le précédent, & il eſt à pluſieurs égards beaucoup plus défectueux.

Car 1°. le double choc n'y eſt pas plus ſimultanée que l'étoit le choc unique dans l'autre, comme j'ai eu l'honneur de vous le faire remarquer.

2°. Il eſt encore plus particulier, & plus fortuit, en ce que l'effet demandé y dépend d'un plus grand nombre d'élemens ou de données ; ſçavoir, de la raiſon des deux boules choquées à la choquante, conjointement avec la vîteſſe requiſe de celle-ci, & de plus avec un angle conſtant, ou une obliquité déterminée. De maniere qu'en aſſignant d'autres grandeurs, ou d'autres rapports aux élemens qui entrent dans la formule de ces ſortes de chocs, vous aurez d'autant plus de cas, c'eſt-à-dire, une infinité d'autant

plus grande de cas, où la Force résultante du choc différera du quarré de la vîtesse multipliée par la masse. Et ainsi l'induction que la Force des corps n'est pas comme leur masse multipliée par le quarré de leur vîtesse, devra d'autant & infiniment plus l'emporter sur celle que vous tirez du cas particulier*, où la Force se trouve être fortuitement, & par d'autres circonstances, comme la masse multipliée par le quarré de la vîtesse.

3°. Le temps y entre encore, aussi-bien que dans l'exemple précédent, en raison des vîtesses, pendant la contraction, & la restitution des ressorts, comme dans l'expérience de l'argile pendant ses enfoncemens ; & de plus en ce que le transport des masses doubles, triples, quadruples, &c. de même part que la direction du

corps choquant, ne ſe fait qu'en un temps double, triple, quadruple, &c. comme je l'ai expliqué dans ma Diſſertation ſur un exemple tout pareil, pour ne pas dire le même.

4°. Enfin les effets, & l'induction que vous voulez tirer de cet exemple, ſont ſi viſiblement dûs à la décompoſition des Forces en général, & concluent ſi peu en faveur des Forces Vives, que la même choſe a lieu, toutes conditions égales, pour les ſimples tendances, & pour ce que vous appellez les *Forces Mortes*. Car un nœud tiré par trois puiſſances, ou par quatre, ou par cent puiſſances qui ſe tiennent réciproquement en équilibre, nous donne en vertu de leurs directions obliques, & de la décompoſition réciproque qui en réſulte, tout ce qu'on prétend

nous faire voir en preuve pour les Forces Vives, dans les chocs de même obliquité, soit simultanées, soit successifs; comme je l'ai encore dit, & redit dans cette Dissertation que vous ne voulez jamais me faire l'honneur de consulter, quoique vous ayez bien voulu me faire celui de la critiquer. Ainsi il n'y a rien de plus étonnant à voir produire dans ces circonstances, en des masses différentes, quatre degrés de Force, par le choc d'un corps qui n'en a que deux, qu'à voir une puissance en équilibre, ou une *Force morte* de telle valeur qu'on voudra, en soutenir trois, quatre, cinq, & cent mille autres de même espece, & de même valeur qu'elle.

C'est là cependant, Madame, tout ce que vous avez trouvé de plus fort pour réduire au silen-

ce les *ennemis* des Forces Vives, & surtout M. *Jurin*, l'un des plus redoutables, qui s'étoit engagé, comme vous le rapportez, de se convertir aux Forces Vives, lui & les siens, si l'on pouvoit lui citer un seul cas où elles eussent lieu, sans que le temps y entrât pour quelque chose. Le voilà sommé de sa parole.

Mais pensez-vous, Madame, qu'un homme aussi habile, & aussi clairvoyant que l'est M. *Jurin*, ne s'appercevra pas de tout ce que je viens d'observer ci-dessus, & peut-être de bien d'autres incompetences. Croyez donc qu'il n'est pas prêt à se rendre, j'ose vous en répondre. La difficulté du temps demeure dans son entier, elle entre & entrera éternellement dans tous les effets dont vous voudriez bien la chasser, cette difficulté, qui vous fait

ajouter la parenthese, *si c'en est une*; oüi, Madame, c'en est une bien distinctement, & dont on ne se tirera jamais. Le temps n'est rien, dit-on, & la vîtesse est tout ce dont on a ici besoin. Souffrez que je vous dise au contraire, que le temps est tout, & que la vîtesse n'est rien, ou que ce n'est autre chose qu'une dénomination abregée de l'espace parcouru divisé par le temps employé à le parcourir.

Ce temps est en effet embarassant, & il est cause qu'on procede ici par une méthode bien opposée à celle que la bonne Philosophie, & la saine raison ont dictée dans tous les siécles; qui est de ne point passer aux cas difficiles, & compliqués de circonstances étrangeres, avant que d'avoir sçu à quoi s'en tenir sur les cas les plus simples.

Je vois, & je ne puis, Madame, vous le dissimuler, que c'est par la méthode des exemples composés, que vous vous êtes persuadée la réalité des Forces Vives. C'est du moins par celle-là que vous tâchez d'en convaincre vos Lecteurs, & de refuter ceux qui les rejettent. Pourquoi ne pas devoiler leur erreur par l'endroit qui peut les y avoir conduit? Par cet effet si simple, si degagé de toute autre circonstance, d'un corps qui monte ou qui descend, & dont le mouvement n'est retardé ou accéleré que par les impulsions de la Pesanteur? Ce cas sur lequel j'ai tant insisté, & auquel je prétends que tous les autres peuvent être ramenés? Ce cas enfin dans lequel M. *Leibnits*, Autheur des Forces Vives, a vu les Forces Vives, & a voulu les faire voir

aux autres ? Elles s'y montrent donc, elles y ſont donc, & y doivent être, ou bien elles ne ſont nulle part ?

J'aurois cru, Madame, que c'étoit à cette occaſion, que vous faiſiez une remarque qui précéde les deux exemples que je viens d'examiner ; *les ennemis des Forces Vives, trouvent*, dites-vous, *le moyen d'éluder la plûpart des expériences qui les prouvent, parce qu'ils ne peuvent les nier ; ils rejettent, par exemple, toutes celles que l'on fait ſur les enfoncemens des corps dans des matieres molles, & il eſt vrai qu'il ſe mêle toûjours inévitablement dans ces expériences, & dans les exemples que l'on tire des créatures animales, des circonſtances étrangeres qui éterniſent les diſputes.* pag. 434.

J'ignore qui ſont ceux aujourd'hui qui rejettent les expérien-

ces ſur les enfoncemens des corps dans des matieres molles, & je ſçais ſeulement, qu'après avoir loué l'eſprit & l'induſtrie de ceux qui les ont faites, je les ai adoptées dans mon Memoire, en preuve de mon ſentiment. Mais ce que vous ajoûtez des circonſtances étrangeres qui s'y mêlent inévitablement, de même que dans les exemples qu'on tire des créatures animales, & qui éterniſent les diſputes, eſt très-judicieuſement remarqué. C'eſt cependant de cette maniere, Madame, qu'on diroit que vous voulez éterniſer celle-ci. Car les vertus élaſtiques ou les effets du reſſort, les compoſitions & les décompoſitions de Forces & de Mouvemens, ne compliquent pas moins la queſtion, & ne la chargent pas moins de circonſtances étrangeres, que les enfoncemens

cemens faits dans l'argile, ou dans la cire, & les exemples tirés des créatures animales. Je n'ai garde de croire que ce soit là votre intention; & j'en reviens toûjours à penser seulement que vous ne vous êtes pas assez fiée à vos propres lumieres dans cette Recherche. Transigez donc je vous supplie, Madame, avec vous-même, ou avec moi, si vous voulez m'honorer jusqu'à ce point, sur l'exemple clair & univoque du Mouvement retardé par les seules impulsions de la Pesanteur; convenons ou que les Forces Vives s'y trouvent, ou qu'elles ne s'y trouvent pas, ou, ce qui reviendroit assez au même, qu'on ne peut les y trouver; & après cela nous passerons à tout ce qu'il vous plaira de plus composé. Car je ne cherche qu'à abréger, & à proceder par ordre.

Mais en attendant, Madame, pour qui croyez-vous que ſeroit la préſomption favorable dans cette diſpute ? Pour le parti qui entaſſe ſans fin ce qu'il y a de plus compliqué, ou pour celui qui ne cherche qu'à ramener la queſtion à ſes moindres termes, qui ſonde la nature dans ce qu'il y peut trouver de plus ſimple, & où elle doit ſe montrer le plus à découvert, & par ſes plus grands côtés ?

Je parle de préſomptions dans une Recherche qui eſt du reſſort des Mathématiques, & j'ai raiſon d'en parler ; parce qu'il n'y a plus, ſelon moi, que les préſomptions, les préjugés, & l'autorité mal évaluée de part ou d'autre, qui entretiennent ici la diſcorde entre les Géometres, au grand ſcandale de la Géometrie. Tout eſt dit aujourd'hui ſur ce ſu-

jet, ou le doit être, après tant d'habiles gens qui y ont mis la main; & en effet vous ne voyez pas du nouveau en ce genre, du moins pour le fonds des preuves; vous nous l'auriez donné dans votre Livre, s'il y en avoit. Il a été un temps cependant où il regnoit de l'obſcurité dans cette diſpute, comme il arrive toûjours au commencement de toutes les diſputes: mais la lumiere s'eſt montrée aſſurément de part ou d'autre depuis pluſieurs années, où elle ne ſe montrera jamais, vu la nature de la queſtion, & les connoiſſances dont elle dépend. Car ce qui s'y mêle de Phyſique, ou de Metaphyſique, s'évanouit par l'abſtraction Mathematique, & par l'idée préciſe & diſtincte des quantités purement calculables qu'on y conſidere, & que l'on n'y reçoit qu'entant

que ſuſceptibles de plus & de moins. Ce ſont donc les préſomptions, le préjugé de l'autorité, & les engagemens antérieurs qui font aujourd'hui le plus grand obſtacle à la réunion des Eſprits; & je ſuis fort trompé, ſi un bon Livre de *Préjugés légitimes*, comme celui qui parut dans le ſiécle dernier, ſur un Schiſme de toute autre conſéquence, ne ſeroit pas ce qu'il reſte de plus utile à faire ſur les Forces Vives.

Tout au moins faudroit-il qu'on ne ſe remplît pas tant du mérite & de la réputation de ce Sçavant, ou de cet autre, qui défend l'opinion Leibnitiene avec ardeur, ou qui s'obſtine à la rejetter. Car ſans toucher à des ſources d'illuſion plus délicates, je vois que l'autorité mal entenduë, & qui ſe gliſſe ici mal à propos, y jouë un furieux rôle. Où eſt-elle cependant

cette autorité, & de quel côté ferons-nous pancher la balance? M. *Leibnits* étoit un grand homme; oüi sans doute. Mais Mr. *Nevvton* lui cede-t'il? Et dans un Examen tout Mathematique ou Physicomathematique, avoit-il une moins forte tête pour bien juger? L'Allemagne est une Nation féconde en grands Sujets. Refuserons-nous la même prérogative à l'Angleterre? Quant au reste de l'Europe, je crois que ce ne sera pas faire tort anx Forces Vives, de dire que les sentimens y sont partagés à cet égard. Mais leur adjugerons-nous sans restriction toute l'Allemagne? Je suis pourtant bien informé, que cette sçavante Nation nourrit actuellement dans son sein plus d'un Géometre habile, & reconnu pour tel, qui a totalement abandonné les Forces Vives, après

y avoir été attaché ſur la foi de ſes premiers Maîtres, & qui oſe maintenant les combattre de front. Je n'en citerai pour preuve parmi bien d'autres, que l'excellente Diſſertation de M. *Hauſen*, Profeſſeur de Mathematiques & de Philoſophie à Lipſik, de *Viribus Motricibus*, &c. en forme de Theſes ſoutenuës publiquement, & imprimées dans cette Ville depuis quelques années.

Au préjugé de l'autorité pour les Forces Vives, j'en ai vu quelquefois ſucceder un autre, qui n'eſt pas mieux fondé, & qui eſt auſſi commode. On ſe perſuade, ou l'on veut perſuader, qu'une queſtion qui a pu faire naître un tel partage parmi les plus habiles Géometres de l'Europe, ne peut être qu'une pure queſtion de nom; comme ſi dans une diſpute qui eſt devenue prèſque na-

tionale, & qui intereſſe deux auſſi grands Partis, les vérités les plus évidentes ne pouvoient pas être long-temps obſcurcies par de mauvaiſes raiſons ſoutenuës des noms fameux d'un Parti. Vous êtes trop éclairée, Madame, pour convenir jamais que de donner 100 degrés de Force à un mobile qui doit produire un certain effet déterminé, ou de ne lui aſſigner que 10 degrés de Force pour la production pleine & entiere de ce même effet, ne ſoit qu'une ſeule & même choſe. Mais ſi ceux qui ſe retirent dans cet aſyle ont été eux-mêmes auparavant du nombre des Défenſeurs des Forces Vives, comme je l'ai vu arriver plus d'une fois, je les prierois de me dire pourquoi ils ont marqué tant de zele, & fait tant de bruit pour une queſtion de nom, pour une

nouvelle maniere d'exprimer ce qu'on ſçavoit déja ? Pourquoi nous donner une ſimple explication ſur les Forces Motrices des corps pour la plus grande découverte qui ait jamais été faite ſur le Mouvement ? Pourquoi traiter, comme à fait M. *Leibnits*, l'opinion ou l'expreſſion reçue juſqu'alors d'erreur inſigne. *Brevis demonſtratio erroris memorabilis Carteſii, & aliorum* * &c. Car voilà de quel ton les Forces Vives furent annoncées au monde. Seroit-ce donc une choſe ſi memorable que de voir quelques Sçavans ne pas entendre eux-mêmes ce qu'ils nous diſent, & refuſer d'admettre ſous un nom ce qu'ils voudront bien accorder ſous un autre ?

---

* Titre de l'Ouvrage de M. *Leibnits* : *Act. Erud. Lipſ.* 1686. *p.* 161.

S'il

S'il y a eu ici du mal entendu, c'eſt véritablement lorſque les Partiſans des Forces Vives ſe ſont perſuadé que leurs expériences étoient en oppoſition avec la théorie de leurs Adverſaires; lorſqu'ils ont cru que des enfoncemens ou des deplacemens de matiere faits dans l'argille, par la chûte des corps, ou une ſuite de reſſorts bandés, leur fourniſſoient quelque choſe de plus que l'exemple allegué par M. *Leibnits*, d'un corps qui monte perpendiculairement à l'horiſon, & dont le Mouvement eſt retardé, & enfin éteint par les impulſions redoublées de la Peſanteur; & lorſqne leurs Adverſaires, au lieu de vérifier ces expériences, au lieu de mettre eux-mêmes la main à l'œuvre, d'y réflechir du moins, pour voir ce qu'il en devoit réſulter en les ſuppoſant exactes, & de s'apper-

cevoir que ce n'étoit jamais que le même effet deguifé, & plus compliqué feulement, n'ont cherché qu'à les invalider par la difficulté de l'exécution, & autres pareilles défaites. Mais ce mal entendu ne fubfifte plus, je crois du moins qu'on ne m'accufera pas d'avoir travaillé à l'entretenir. La matiere eft fuffifamment éclaircie, & il y a certainement ici quelqu'un qui a tort, qui s'abufe par les préjugés de l'autorité, ou de l'amour propre, & dont les raifonnemens applaudis aujourd'hui par un nombre de Sçavans, fourniront à la race future un exemple de plus de la foibleffe de l'efprit humain.

Je me flate, Madame, que vous regarderez toutes ces réflexions comme une preuve du cas que je fais de vos lumieres, & de ce bon efprit qui ne fçau-

roit vous permettre de résister au vrai, quand il se présentera à vous sans nuage.

Je suis avec un profond respect, &c.

A Paris, ce 18. Fevrier 1741.

MEssieurs de Reaumur & Cassini ayant été nommés pour examiner une Lettre de M. de Mairan, sur les Forces Vives, en réponse aux Objections qui lui ont été faites à ce sujet, dans un Livre qui a pour titre, *Institutions de Physique*, & en ayant fait leur rapport, la Compagnie a jugé que cette Lettre étoit digne de l'impression.

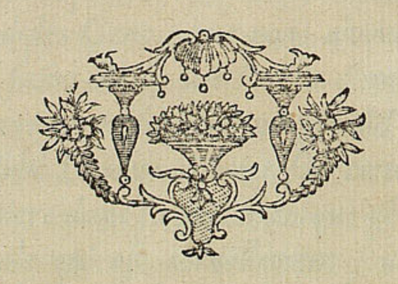
En foi de quoi j'ai signé le présent Certificat, au lieu du Secretaire.

A Paris, *ce* 4. *Mars* 1741.

Signé, NICOLE, Directeur de l'Academie Royale des Sciences.

NOUVELLE REFUTATION DE L'HYPOTHESE DES *FORCES VIVES.*

Par M. l'Abbé DEIDIER.



A PARIS,

Chez CHARLES-ANTOINE JOMBERT, Libraire du Roi pour l'Artillerie & le Génie, rue S. Jacques, à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XLI.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

AVERTISSEMENT DU LIBRAIRE.

LE ſentiment des Forces Vives a été ſoutenu d'une part, & attaqué de l'autre par tant d'habiles Gens, que nous avons crû faire plaiſir au Public d'imprimer en particulier ce que M. l'Abbé Deidier a écrit ſur cette matiere dans ſa Méchanique générale qui eſt actuellement ſous preſſe. On trouve l'hiſtoire de cette fameuſe Diſpute dans le projet de cette Méchanique que

nous avons eu ſoin de diſtribuer à Paris, & d'envoyer dans toutes les Provinces & aux Pays Etrangers. M. de Leibnits, *dit l'Autheur*, fut le premier qui imagina qu'on devoit diſtinguer dans les corps, des Forces Vives & des Forces Mortes. Des expériences mal interprêtées le firent tomber dans cette erreur. En Angleterre on rejetta ſon ſentiment avec mépris*, en France on le refuta plus ſérieuſement, & ſelon toutes les apparences la mort de M. de

* C'eſt M. Bernoulli qui nous inſtruit de ce fait dans ſon Diſcours de la communication des Loix du Mouvement.

Leibnits auroit mis fin à la diſpute, ſi M. Jean Bernoulli environ 28. ans après, ne ſe fût aviſé de la faire revivre. Ce ſçavant Géometre envoya à l'Académie Royale des Sciences un Diſcours ſur les Loix de la communication du Mouvement qui fut imprimé en 1727. chez Jombert, Libraire, ruë S. Jacques, à Paris. Ce Diſcours renfermoit beaucoup de belles choſes dont l'Académie parla avec éloge, mais loin d'adopter ce qui regardoit la diſtinction des Forces Vives & des Forces Mortes, l'Académie fit imprimer en 1728.

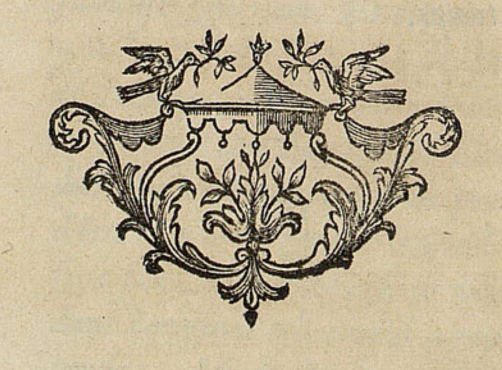
une Dissertation de M. de Mairan, où cet illustre Académicien traita la matiere avec toute la profondeur de son génie, & fit voir clairement l'inutilité de cette distinction.

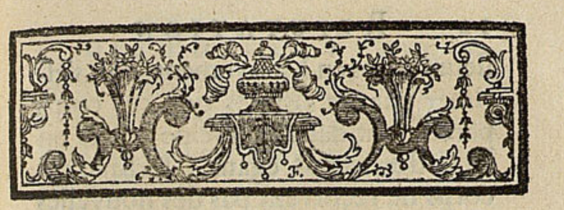
Le Discours de M. Bernoulli étant tombé par hazard entre les mains de M. l'Abbé Deidier, il crut que les preuves sur lesquelles un Géometre de ce nom tâchoit d'appuyer son sentiment, méritoient d'être discutées de façon à empêcher le progrès de l'erreur. Et c'est à quoi il travailla d'abord, mais quelque temps après M. de Mairan lui ayant communiqué sa Dissertation, il y

trouva la Question si bien résolue, qu'il crut qu'il seroit inutile de pousser plus loin ce qu'il avoit commencé. Les choses en seroient restées là si les Institutions de Physique n'avoient été mises au jour, mais les nouvelles instances de l'Autheur de cet Ouvrage en faveur des Forces Vives, & sur-tout les Objections qu'il forme contre la Dissertation de M. de Mairan ayant engagé M. l'Abbé Deidier à reprendre ce qu'il avoit abandonné, & à y faire des additions considerables, nous avons cru devoir imprimer à part tout ce qu'il dit sur ce sujet, sans le retrancher néanmoins du corps de la Méchanique, afin

de ſatisfaire également à ceux qui ſeront curieux de voir tout l'Ouvrage, & à ceux qui ne ſouhaiteront que ce qui regarde cette fameuſe Queſtion. Et comme il y a dans la Diſſertation de M. de Mairan grand nombre de belles preuves que M. l'Abbé Deidier n'a point rapportées de peur d'être trop long, & que le Public ſera ſans doute bien aiſe de voir dans l'original celles qu'il a rapportées, M. de Mairan a bien voulu nous permettre d'imprimer en même temps ſa Diſſertation. Ces deux Ouvrages forment deux Brochures que nous vendrons ſéparément, afin de laiſſer à chacun la liberté de prendre

celle qu'il jugera à propos, ou toutes les deux à la fois. La Méchanique générale ſera achevée d'imprimer dans peu de temps.





NOUVELLE REFUTATION DE L'HYPOTHESE DES *FORCES VIVES.*



E Mouvement d'un corps, comme tout le monde ſait, eſt le tranſport ou le paſſage de ce corps d'un lieu à un autre. On y conſidere principalement ſix choſes. 1°. La Maſſe du corps ou la quantité des parties de Matiere qui le compoſent. 2°. Le temps ou la durée du Mouvement. 3°. L'Eſpace parcouru. 4°. La Vîteſſe, laquelle dans la comparaiſon de deux ou plu-

ſieurs corps en Mouvement, doit s'eſtimer par les eſpaces que ces corps parcourent dans un même temps ou dans des temps égaux, lorſque ces corps ne reçoivent pas des nouvelles impreſſions ou qu'ils ne rencontrent pas des obſtacles à ſurmonter pendant leur courſe, ou par les eſpaces qu'ils parcourroient dans des temps égaux, ſi des nouvelles impreſſions ou des obſtacles nouveaux n'alteroient pas leur Mouvement. 5°. La direction ou le tranſport du corps vers un lieu plûtôt que vers un autre. 6°. Enfin la Force Motrice ou la cauſe qui donne le Mouvement au corps. La quantité de Mouvement ſe rapporte à la Force Motrice de la même façon que l'effet ſe rapporte à la cauſe qui le produit, c'eſt-à-dire que de même que l'effet eſt toujours proportionnel à la cauſe, de même auſſi la quantité de Mouvement eſt toujours proportionnelle à la Force Motrice du corps.

Un corps peut ſe mouvoir ou en ligne droite, ou en ligne courbe, ou

enfin le long d'une ſuite de lignes qui forment des angles entr'elles, & dans tous ces cas ſon Mouvement peut être ou uniforme, ou accéleré, ou retardé.

Le Mouvement eſt uniforme lorſque le corps parcourt des eſpaces égaux en des temps égaux, il eſt accéleré lorſque le corps reçoit à chaque inſtant des augmentations de vîteſſe, & il eſt retardé quand la vîteſſe diminue à chaque inſtant.

Si les augmentations ou les diminutions de vîteſſe qui ſe font en des temps égaux ſont égales entr'elles, le Mouvement du corps ſe nomme Mouvement uniformément accéleré, ou uniformément retardé.

Les principales loix du Mouvement uniformément accéleré, ſont 1°. que les eſpaces parcourus en des temps égaux, c'eſt-à-dire du premier au ſecond, du ſecond au troiſiéme, du troiſiéme au quatriéme, &c. ſont entr'eux comme les nombres impairs 1. 3. 5. 7. 9. &c. d'où il ſuit que les eſpaces parcourus dans le premier

temps, dans les deux premiers, dans les trois premiers, &c. ſont comme les nombres 1. 4. 9. 16. 25. &c. qui ſont les quarrés des nombres 1. 2. 3. 4. 5. &c. qui expriment les temps pendant leſquels ces eſpaces ſont parcourus. 2°. Que les vîteſſes acquiſes à la fin des temps 1. 2. 3. 4. 5. &c. ſont entr'-elles comme ces temps. On applique ces loix aux corps qui deſcendent vers le centre de la terre par la ſeule impreſſion de leur Peſanteur, & en général à tous les corps qui étant pouſſés par une Force quelconque recevroient en des inſtans égaux des impreſſions égales chacune à la premiere impreſſion de la Force Motrice, & dans tous ces cas il faut obſerver que les impreſſions inſtantanées étant égales de même que les temps, les eſpaces parcourus iroient en augmentant d'un inſtant à l'autre dans la raiſon des nombres impairs 1. 3. 5. 7. &c. comme il vient d'être dit, ce qu'il eſt à propos de bien remarquer.

Dans le Mouvement retardé il ar-

rive au contraire que les eſpaces parcourus dans des temps égaux, c'eſt-à-dire du premier au ſecond, du ſecond au troiſiéme, &c. ſont entr'eux comme les nombres 9. 7. 5. 3. 1. qui ſont dans l'ordre retrograde des eſpaces 1. 3. 5. 7. 9. &c. que la Force Motrice fait parcourir en temps égaux dans le Mouvement uniformément accéleré. Et cette loi convient non-ſeulement aux corps qui après être deſcendus librement pendant quelque temps, remonteroient avec la vîteſſe acquiſe à la fin de leur chûte, mais encore à tous les corps, qui étant pouſſés par une Force quelconque rencontreroient dans des temps égaux des obſtacles égaux qui peu à peu feroient périr leur Mouvement. En quoi il faut faire attention que quoique les impreſſions contraires de la Peſanteur ou les obſtacles rencontrés dans des temps égaux ſoient égaux, cependant les eſpaces parcourus dans ces mêmes temps vont en diminuant. On verra dans la ſuite pourquoi j'inſiſte ſur cette Remarque.

De ce que nous venons de dire touchant le Mouvement uniformément retardé, il ſuit que ſi un corps après être deſcendu pendant quelque temps vient à remonter avec la vîteſſe que ſa chûte lui a fait acquerir, il remontera préciſément au même point d'où il a commencé à tomber dans un temps égal à celui qu'il aura employé à deſcendre. Car il eſt viſible que puiſqu'un corps qui deſcend, par exemple, pendant trois minutes parcourt des eſpaces qui ſont comme 1. 3. 5. & acquiert trois degrés de vîteſſe, c'eſt-à-dire un degré par minutes, ou à la fin de chaque eſpace, & qu'au contraire en remontant il parcourt des eſpaces 5. 3. 1. qui ſont les mêmes que les précédens, mais dans un ordre retrograde, ce corps doit néceſſairement perdre à chaque minute ou à la fin de chaque eſpace le degré de vîteſſe que ſa peſanteur lui faiſoit acquerir dans une minute en deſcendant, & par conſéquent ſa vîteſſe ſera entierement éteinte lorſqu'il ſera parvenu au point d'où il

il avoit commencé à tomber.

Il feroit inutile de démontrer ici les proprietés & les loix des Mouvemens uniforme, accéleré, & retardé, dont je viens de donner une legere notion, cela a déja été fait dans ma Méchanique Générale qui paroîtra bientôt au jour, & d'ailleurs on en trouve les démonſtrations dans tous les Livres qui traitent du Mouvement. Venons donc à la Queſtion que j'ai entrepris de diſcuter.

Tous les Sçavans des ſiécles paſſés ont toujours crû d'un accord unanime que les Forces Motrices des corps ſont entr'elles comme les produits des Maſſes par les vîteſſes, ou comme les produits des Maſſes par les eſpaces parcourus dans un même temps ou dans des temps égaux, en faiſant abſtraction des nouvelles impreſſions ou des obſtacles rencontrés, qui pendant ces temps pourroient augmenter ou diminuer les eſpaces qui doivent être parcourus. La plûpart des Phyſiciens & des Géometres modernes ſont encore aujourd'hui du mê-

me ſentiment, & leurs preuves ſont tellement fondées en raiſon, qu'il ne paroît pas qu'on puiſſe leur refuſer le titre de Démonſtrations. Les Forces Motrices ſont du nombre de ces cauſes que nous ne pouvons connoître que par leur effet. Or pour juger de ce qu'une cauſe peut produire par elle-même, il faut 1°. ne la conſiderer que dans l'inſtant de ſon action, & en éloigner toutes les applications réiterées & ſucceſſives que l'on pourroit en faire. Car comme ces applications différentes ſeroient autant d'actions qui quoiqu'égales entr'elles ſeroient toujours réellement diſtinctes, & produiroient des effets réellement diſtincts, & que les effets ſont toujours proportionnels aux cauſes qui les produiſent, il eſt clair que chaque effet particulier auroit même rapport à l'action particuliere qui l'auroit produit, que la ſomme des effets à la ſomme des actions, & que par conſéquent un plus grand nombre d'effets ne feroient qu'indiquer un plus grand nombre

d'actions réiterées de la cauſe, & non pas une plus grande puiſſance dans la cauſe même eu égard à chaque action. Au reſte on voit bien qu'en parlant ainſi je ſuppoſe qu'il n'y ait rien d'étranger & de non eſſentiel à une cauſe, qui augmente, ou diminue, ou détruiſe ſon action réiterée, en un mot que j'enviſage les cauſes comme ſi elles étoient dans un état ſemblable à celui de la Peſanteur, laquelle ſans ſouffrir aucune altération donne à chaque inſtant des impreſſions égales au corps, mais de peur qu'on ne voulût l'ignorer j'ajoute qu'il faut 2°. écarter de l'effet produit par une cauſe toutes les circonſtances de quelque nature qu'elles ſoient ſans leſquelles la cauſe pourroit ſubſiſter. Ces circonſtances peuvent à la vérité faire varier les effets en mille façons, les augmenter, les diminuer, en ſuſpendre même entierement le cours, mais comme la cauſe ne dépendra pas d'elle pour exiſter, il ſera vrai de dire qu'elle ſera toujours invariable,

& qu'elle conſervera en elle-même le pouvoir d'operer un certain effet fixe & déterminé.

Appliquons ceci aux Forces qui produiſent le Mouvement des corps. Que vois-je dans les effets de ces Forces, je veux dire dans le Mouvement ? Des eſpaces d'une certaine étendue parcourus dans un certain temps par des Maſſes d'une certaine grandeur, tout ceci eſt eſſentiel & entre dans l'idée de ces effets, je n'y ſçaurois rien retrancher, mais tout ce qu'on voudroit ajouter de ſurplus ſeroit entierement ſuperflu : qu'un corps après avoir reçu l'impreſſion de la Force Motrice, reçoive pendant ſon Mouvement des nouvelles impreſſions, de quelque part qu'elles lui viennent, qu'il rencontre ſur ſes pas des obſtacles qui l'arrêtent ou qui affoibliſſent ſa courſe, qu'il ſoit obligé de prendre des nouvelles directions qui lui donnent quelque degré de vîteſſe qu'il n'avoit pas, enfin qu'on imagine tout ce qu'on voudra, il n'arrivera jamais que l'impreſſion

qu'elle aura reçu de la Force Motrice ſoit différente de ce qu'elle étoit en elle-même indépendamment de toutes ces circonſtances, & cette Force ſera toujours telle qu'elle ſeroit ſi rien n'avoit derangé ſon effet.

De tout ceci il a toujours été facile de conclure que le rapport des Forces Motrices ne peut être différent de celui des produits des Maſſes par les vîteſſes, en donnant au mot de *vîteſſe* la ſignification que nous lui avons donnée ci-deſſus; & nous n'aurions peut-être jamais penſé qu'on dût s'élever contre un ſentiment ſi bien ſoutenu, ſi quelques Géometres modernes ne nous avoient fait voir qu'il n'eſt rien qu'on n'oſe quelquefois critiquer. *Détrompez-vous*, nous ont-ils dit, *il y a deux ſortes de Forces Motrices des corps, les unes qu'on doit appeller Forces Mortes, & les autres à qui on doit donner le nom de Forces Vives. Les Forces Mortes ſont celles qui font impreſſion ſur les corps ſans pouvoir vaincre l'obſtacle qui les empêche de ſe mouvoir, & les Forces Vives ſont celles qui agiſſent ſur les corps qui*

ſont dans un Mouvement actuel qui dure depuis un temps fini & déterminé. Nous convenons, ont-ils ajouté, *que les Forces Mortes, de même que les Forces des corps qui ſe meuvent d'un Mouvement toujours uniforme, ſont entr'elles comme les produits des Maſſes par les vîteſſes, & nous prétendons au contraire que les Forces Vives qui agiſſent ſur des corps dont le Mouvement eſt accéleré ou retardé, ſont dans la raiſon des produits des Maſſes par les quarrés des vîteſſes.* Mais ſur quoi donc ces Géometres ont-ils fondé ces prétentions ? Sur des expériences entaſſées les unes ſur les autres, toujours faites avec beaucoup de préoccupation, & toujours examinées avec une grande envie d'y appercevoir ce que l'on déſiroit de trouver. C'eſt ainſi qu'on ſe trompe ſouvent ſoi-même dans le temps qu'on n'aſpire à rien moins qu'à tirer tout l'Univers du ſein de l'erreur. Mais de peur qu'on ne nous diſe que nous ne voulons rien écouter, examinons ces expériences qu'on nous dit ſi favorables aux Forces Vives, & voyons ce que nous pour-

rons trouver de défectueux dans la maniere dont on les a employées pour soutenir cette nouvelle opinion. Je commence par la plus ancienne, bien moins pour suivre l'ordre des dates, que parce que je suis prevenu, quoique M. Bernoulli pense autrement, qu'il n'en est point de plus forte & de plus simple en même temps dont on puisse faire usage contre nous, & qu'au contraire si celle-ci ne peut se soutenir, les Forces Vives ne peuvent attendre des autres qu'une très-foible défense. La voici donc dans toute sa force, car je ne veux rien dissimuler. J'avertis seulement que quand je parlerai des Forces des corps qui sont dans un Mouvement actuel, je leur donnerai le nom de Forces *agissantes* pour les distinguer des Forces Vives dont le nom doit être consacré pour signifier des Forces proportionnelles aux produits des Masses par les quarrés des vîtesses.

Supposons, disent ces Géometres, que les corps *A*, *B*, étant suspendus auparavant viennent à être lâchés, & Fig. 1.

tombent librement , enſorte que le premier parcoure l'eſpace *AC*, & le ſecond l'eſpace *BD* ; ces corps étant arrivés en *C* & *D* auront acquis des Forces capables de les faire remonter aux mêmes hauteurs *CA*, *DB*; les Forces en *A* & *B* ſeront donc des Forces mortes, & ſi nous ſuppoſons que les corps *A* & *B* étant parvenus en *C* & *D* remontent en *A* & *B*, leurs Forces ſeront des Forces Vives ; mais ces Forces en *C* & *D* ſeront en raiſon compoſées des Maſſes, *A*, *B* & des hauteurs *CA*, *DB*, parce que chacune de ces hauteurs conſume totalement la Force du corps qui la parcourt ; donc les Forces Vives ſeront $M \times CA$, $m \times DB$, mais dans l'hypotheſe de Galilée les eſpaces *AC*, *DB* ſont comme les quarrés des vîteſſes acquiſes en *C* & *D*, mettant donc V^2, u^2 au lieu de *CA*, *DB* les Forces Vives ſeront entr'elles comme MV^2, mu^2, c'eſt-à-dire, en raiſon compoſée de la raiſon des Maſſes, & de la raiſon des quarrés des vîteſſes, & ſi l'on ſuppoſe les Maſſes égales, les

les Forces Vives ſeront comme les quarrés des vîteſſes.

Telle eſt la prétendue démonſtration de ces Autheurs. Mais il eſt aiſé de voir que leur hypotheſe roule ſur une ſuppoſition différente de la nôtre. Selon nous les temps employés par les corps à parcourir leurs eſpaces ſont égaux entr'eux, au lieu que ſelon les deffenſeurs des Forces Vives les temps ſont toujours inégaux, & c'eſt à quoi ils auroient dû faire un peu plus d'attention. Pour en être convaincu il n'y a qu'à obſerver que les corps *A*, *B* étant ſuppoſés deſcendre librement doivent parcourir des eſpaces égaux dans des temps égaux, car ſelon l'hypotheſe de Galilée que tout le monde adopte, deux corps qui commencent à deſcendre parcourent dans les mêmes temps des eſpaces égaux, quoique leurs maſſes ſoient inégales; or les eſpaces *AC*, *BD* ſont inégaux, donc les temps employés à les parcourir ſont auſſi inégaux. Ainſi pour rentrer dans notre hypotheſe il faut néceſſairement

divifer les produits MV^2, mu^2 par les temps T, t, ou ce qui revient au même par les vîteſſes V, u qui ſont dans la même raiſon que les temps ſelon les loix du Mouvement uniformément accéleré ou retardé, & dès-lors nous aurons pour l'expreſſion des Forces Vives non plus MV^2, mu^2, mais MV, mu, ce qui fait voir que les Forces agiſſantes ſont entr'elles dans la raiſon compoſée des maſſes & des vîteſſes, de même que les Forces mortes, & non pas dans la raiſon des maſſes & des quarrés des vîteſſes.

Il eſt vrai que la Force du corps *A* ne pouvant être éteinte par la peſanteur qu'à la fin d'un temps plus grand que celui à la fin duquel la Force du corps *B* eſt entierement conſumée, il ſemble d'abord que cette différence des temps doit entrer dans la conſideration des Forces des deux corps. Mais pour peu qu'on y faſſe attention on decouvrira aiſément que cette différence ne vient point de ce que ces Forces ſont dans un rapport différent de celui de leurs vîteſſes, mais ſeule-

ment de ce que les vîtesses que la pesanteur ôte à chacune d'elles dans un même temps étant égales entr'elles ne sont point proportionnelles aux Forces primitives ; d'où il suit que la Force du corps *A* qui a perdu moins à proportion que la Force du corps *B* dans un temps égal, doit nécessairement durer davantage.

Pour mettre ceci dans tout son jour, supposons que le premier corps soit descendu pendant deux temps égaux *BF*, *FE*, & ait parcouru l'espace *BIE*, & que le second corps pendant le premier temps *BF* ait parcouru l'espace *BFH* ; selon l'hypothese de Galilée les vîtesses de ces deux corps seront comme les temps *BE*, *BF*, ou comme 2 à 1. Or si ces corps en remontant ne trouvoient point la pesanteur sur leur pas, le premier parcourroit d'un Mouvement uniforme dans deux temps *EF*, *FB* égaux aux deux temps de sa descente, l'espace *EIMB* double de *BIE* qu'il a parcouru en descendant, & le second corps pendant un temps *FB* Fig. 12.

égal au temps de sa descente parcourroit l'espace *F H O B* double de l'espace *F H B* parcouru dans sa chûte ; ainsi le premier corps dans le temps *E F* ne parcourroit que l'espace *E I N F* qui n'est que la moitié de l'espace *E I M B* qu'il parcourroit dans un temps double, & par conséquent les deux corps parcouroient dans un temps égal des espaces *E I N F*, *F H B O* qui seroient comme leurs vîtesses, c'est-à-dire, comme 2, 1 ; mais les masses multipliées par les espaces parcourus dans des temps égaux sont la mesure des Forces ; donc les Forces agissantes de 2 corps égaux considerées dans des temps égaux seroient comme 2 à 1, ou comme les vîtesses, si la Pesanteur n'agissoit pas sur eux. Voyons donc ce que fait cette Pesanteur ; elle ôte au premier temps un degré de vîtesse au premier corps, & dans le même temps elle en ôte aussi un degré au second ; & de là il arrive que le second, à qui la Pesanteur ôte tout ce qu'il avoit de vîtesse, perd toute sa

Force, & que le premier, à qui la Peſanteur n'ôte que la moitié de ſa vîteſſe, ne perd que la moitié de ſa Force; laquelle par conſéquent dure davantage, non pas parce qu'elle eſt avec la Force du ſecond dans un rapport différent du rapport 2, 1 des vîteſſes, mais uniquement parce qu'on lui ôte moins à proportion dans un temps qu'on n'ôte à l'autre dans le même temps. De là vient encore que quoique les deux Forces qui font remonter les deux corps ſoient comme 2 à 1, cependant les eſpaces *EIHF*, *FHB* qu'elles font parcourir dans le même temps ne ſont pas dans cette raiſon, mais dans celle de 3 à 1; car les vîteſſes qu'on leur ôte ne leur étant pas proportionnelles, & le premier corps perdant moins à proportion que le ſecond, il eſt évident que ce corps doit parcourir dans un même temps un eſpace qui ſoit plus que double de celui que le ſecond parcourt; mais tout cela ne diminue rien de la valeur primitive des Forces, & n'empêche point qu'el-

les ne fiſſent parcourir aux deux corps dans un même temps des eſpaces qui ſeroient comme 2, 1 ſi la Peſanteur ne s'oppoſoit à leur montée ou Mouvement comme on a vu ci-deſſus, ou ſi cette Peſanteur leur ôtoit dans un même temps des Forces proportionnelles. En effet la ſimple inſpection de la figure fait voir que ſi la Peſanteur ôtoit dans le même temps au premier corps 2 de vîteſſe, & au ſecond 1 de vîteſſe pour proportionner aux Forces les vîteſſes ôtées, le premier corps perdroit toute ſa Force dans le même temps que le ſecond perdroit la ſienne, puiſqu'il n'eſt pas poſſible qu'il y eût un reſte de Force là où il n'y auroit plus de vîteſſe.

Il n'eſt donc point vrai que les Forces agiſſantes ſoient en raiſon compoſée des maſſes & des quarrés des vîteſſes, ſoit qu'on veuille avoir égard à la différence des temps, ou qu'on veuille la negliger, & par conſéquent la diſtinction que l'on veut mettre entre le rapport des Forces agiſſantes, & le rapport des Forces mortes eſt

une diſtinction qui ne ſçauroit avoir de fondement. L'erreur des Partiſans des Forces Vives vient de ce qu'ils ſubſtituent dans la meſure des Forces les eſpaces au lieu des vîteſſes comme on avoit toujours fait avant eux, & comme feront toujours les Géometres qui ſeront attentifs à ſuivre la nature. *Les Forces mortes*, diſent-ils, *ſont en raiſon des maſſes & des vîteſſes, mais nous démontrons par l'expérience des corps qui remontent que les Forces Vives ſont en raiſon compoſée des maſſes & des quarrés des vîteſſes; donc il eſt demontré auſſi que les Forces Vives ne ſont pas comme les Forces mortes.* Reprenons ce raiſonnement, & ſuivons-le pas à pas pour en mieux voir le défaut. *Les Forces mortes ſont en raiſon des maſſes & des vîteſſes.* Cette propoſition n'eſt vraye que parce que le mot de vîteſſe entraîne toujours avec lui l'égalité des temps, & que par conſéquent on a égard à tout ce qui entre dans la compoſition du Mouvement, je veux dire au temps, à la maſſe, & à l'eſpace : mais ſi l'on nous diſoit

que les Forces mortes, ou d'autres Forces qui feroient dans le rapport des Forces mortes font en raifon compofée des maffes & des efpaces qu'elles tendent à faire parcourir, ou qu'elles font parcourir, la propofition pourroit être vraye ou fauffe, & fon énoncé feroit vitieux. Elle feroit vraye fi les efpaces étoient parcourus dans des temps égaux, parce qu'alors les vîteffes feroient comme les efpaces; mais elle feroit fauffe fi les temps étoient inégaux, parce qu'en ce cas les efpaces ne feroient pas dans la raifon des vîteffes; & le défaut du raifonnement ne pourroit être imputé qu'à la négligence qu'on auroit eüe de ne point faire attention au temps, lequel doit toujours être confideré lorfqu'il s'agit du Mouvement.

Les Défenfeurs des Forces Vives difent que ce n'eft qu'après que le Mouvement des corps a duré pendant un temps, à la vérité petit, mais fini & déterminé, que les Forces des corps font en raifon compofée des maffes & des quarrés des vîteffes;

ainſi ſuppoſons qu'un corps qui commence à ſe mouvoir parcoure dans un inſtant un petit eſpace, & qu'un autre corps égal en maſſe au premier parcoure un eſpace égal à celui que le premier a parcouru, mais dans deux inſtans, les Forces de ces corps n'étant point encore des Forces Vives ſeroient comme les Forces mortes. Or on voit bien que ſi on diſoit que ces deux Forces ſont en raiſon compoſée des maſſes & des eſpaces on auroit tort, puiſque la vîteſſe du premier ſeroit double de la vîteſſe du ſecond, à cauſe qu'il auroit parcouru ſon eſpace dans un ſeul inſtant, au lieu que l'autre ne l'auroit parcouru que dans deux. Donc, &c.

Nous avons demontré, ajoute-t-on, *que les Forces Vives ſont entr'elles en raiſon compoſée des maſſes & des quarrés des vîteſſes.* On l'auroit demontré ſi l'on avoit prouvé qu'on doit prendre pour leurs meſures les produits des maſſes par les hauteurs, leſquelles ſont comme les quarrés des vîteſſes dans les Mouvemens accélerés ou retardés;

mais comme nous avons fait voir que cette façon de meſurer les Forces n'étoit pas légitime, non-ſeulement à cauſe que l'on neglige la différence des temps, mais encore parce que cette différence ne provient que de ce que les vîteſſes que le Mouvement retardé ôte aux Forces dans un même temps ne ſont pas proportionnelles à ces Forces, ce qui ne change rien à la nature des Forces en elles-mêmes; il s'enſuit qu'on croit vainement avoir demontré que les Forces agiſſantes ſont en raiſon compoſée, &c.

Donc, conclut-on, *nous avons demontré que les Forces Vives ne ſont pas comme les Forces mortes* : cette conſéquence eſt abſolument fauſſe, puiſque le principe ſur lequel elle s'appuye n'a nulle apparence de vérité.

M. de Leibnits fut le premier qui imagina la diſtinction des Forces mortes & des Forces Vives, & malgré le mauvais accueil que les Sçavans de France & d'Angleterre firent à ce ſentiment, M. Jean Bernoulli dans la ſuite ne craignit pas de l'embraſſer.

Cet illuſtre Géometre convint que la preuve que M. de Leibnits tiroit du Mouvement retardé ne lui paroiſſoit pas aſſez convaincante, mais il en apporta d'autres qu'il regarda comme autant de Demonſtrations que perſonne à l'avenir ne pourroit plus conteſter. On les trouve dans ſon Diſcours ſur les Loix du Mouvement imprimé à Paris en 1727. chez Jombert, Libraire, ruë Saint Jacques. Depuis ce temps-là Meſſieurs Volf, Poleni, Bulfinger, Graveſande, Muſchembroc, & quelques autres ſe ſont attachés à appuyer le même ſentiment, non-ſeulement ſur des raiſons Géometriques, mais encore ſur des expériences très-capables d'obſcurcir la vérité ſi l'on n'y faiſoit attention. Quoiqu'en fait de Mathematiques les ſeules Demonſtrations ayent force de loix, il y a cependant bien des perſonnes ſur qui le nom de quelques Autheurs célébres fait de grandes impreſſions, ſur-tout lorſqu'on neglige de repondre aux raiſonnemens dont ces Autheurs appuyent

leurs idées. Pour prevenir ce mauvais effet je vais rapporter dans toute leur étendue les deux preuves dont M. Bernoulli se sert comme de deux boucliers impénétrables à la plus sévere critique, & j'espere d'en faire voir le foible d'une maniere si évidente qu'on n'aura plus lieu de suspendre son jugement entre les deux partis. Le premier de ces Argumens demande quelques principes préliminaires que je vais établir afin que le Lecteur ne trouve rien qui puisse l'arrêter.

Fig. 2. Si un corps *A B C* se trouvant comprimé par une ou plusieurs puissances a dans soi-même, ou par une cause quelconque, une Force de se remettre dans l'état où il étoit avant la compression après qu'il aura consumé ou repoussé par sa résistance les Forces qui le comprimoient, ce corps se nomme corps *élastique*, corps à *ressort*, ou simplement *ressort*.

Un ressort A B C qui est tenu dans un état de compression par une ou plusieurs puissances est en équilibre avec ces puissances.

Si les puiſſances *A*, *C*, étoient plus foibles que le reſſort, elles ſeroient forcées de ceder à la Force du reſſort, & ſi elles étoient plus fortes le reſſort cederoit, & ſe trouveroit dans un état de compreſſion plus grand.

Si un reſſort A B C eſt tenu dans un état de compreſſion par deux puiſſances, ces puiſſances ſont égales entr'elles. Si la puiſſance *A* preſſoit plus fortement que la puiſſance *C*, la Force du reſſort ſe porteroit ſur la puiſſance plus foible *C*, & l'obligeroit de ceder juſqu'à ce que les deux puiſſances puſſent ſe trouver en équilibre.

Si un reſſort A B C étant tenu dans un état de compreſſion par deux puiſſances A, C, on ſubſtitue à la place de l'une des puiſſances C un plan immobile E F, la puiſſance A ne fera pas plus d'effort qu'elle en faiſoit auparavant. La réſiſtance du plan *E F* ne preſſe pas davantage la jambe *C B* que la puiſſance *C* ne la preſſoit; car ce plan ne fait autre choſe qu'empêcher la jambe *C B* de s'écarter de la jambe *A B*; or la Force *A* étoit en équilibre avec la Force *C*; donc

elle doit être en équilibre avec la résistance du plan *E F*.

Fig. 3. *Si deux puissances A, B tiennent plusieurs ressorts égaux dans un état de compression, elles ne font pas plus d'effort que si elles ne comprimoient qu'un seul de ces ressorts A C D.* Supposons que les deux Forces *A*, *B* étant appliquées aux extrêmités *A*, *D* du ressort *A C D* le compriment en lui faisant faire un angle de 30 degrés, je mets à la place de la puissance *B* un plan immobile *M N*, & le ressort n'étant pas plus comprimé qu'auparavant, la puissance *A* ne fera pas aussi plus d'effort qu'elle n'en faisoit. Je prens un autre ressort *DEF* égal au ressort *ACD*, & faisant appuyer sa jambe *D E* sur le plan immobile *M N*, j'applique à l'autre extrêmité *F* la puissance *B*. Il est visible que ce ressort sera aussi comprimé que le ressort *A C D*, puisque tout est égal de part & d'autre. Or l'effort de la jambe *C D* sur le plan immobile *M N* est égal à l'effort de la jambe *D E* sur le même plan; donc si nous ôtons le plan *M N*, les deux

jambes *C D*, *D E* feront en équilibre, & les puiffances *A*, *B*, ne feront pas plus d'effort qu'elles n'en faifoient avant qu'on ôtât le plan, c'eft-à-dire, qu'elles n'agiront pas plus que fi elles ne comprimoient que le feul reffort *A C D*. Par la même raifon fi au lieu de la puiffance *B* mife en *F* on fubftitue un plan *O P*, la puiffance *A* ne fera pas plus d'effort qu'elle n'en faifoit auparavant, & fi l'on met un autre reffort *F G H* égal à *A C D*, & qui s'appuyant d'une part fur le plan *OP* foit comprimé de l'autre par la puiffance *B* mife en *H*, cette puiffance fera le même effort qu'elle faifoit en *F*; & comme en ôtant le plan *O P* les deux jambes *EF*, *FG* feront en équilibre, il s'enfuit que les deux puiflances *A*, *B*, mifes en *A* & en *H* comprimeront les trois refforts *ACD*, *DEF*, *FGH* chacun fous un angle de 30 degrés en ne faifant pas plus d'effort qu'en comprimant le feul reffort *ACD* fous le même angle; & on prouveroit la même chofe s'il y avoit un plus grand nombre de refforts.

Que ſi au lieu de l'une des puiſſances *A* on met un plan immobile *VX*, il eſt évident que la puiſſance *B* ne fera pas plus d'effort pour comprimer les reſſorts *ACD*, *DEF*, *FGH*, &c. chacun ſous un angle de 30 degrés, que ſi elle n'en comprimoit qu'un. Tout ceci ſuppoſé venons à la premiere Demonſtration de M. Bernoulli.

Fig. 4. *Concevons*, dit cet Autheur, *deux rangs de reſſorts égaux & également bandés, composés l'un de 12 reſſorts, & l'autre de trois, dont une des extrêmités ſoit appuyée contre les points fixes A, B, & l'autre arrêtée par les boules L, P que des puiſſances R & S empêchent de ſe mouvoir; il eſt viſible que les deux boules L, P ſont également preſſées, & que par conſéquent les Forces mortes qui preſſent ces boules ſont égales. Voyons ce que ces impreſſions ou Forces mortes miſes en œuvre peuvent produire de Forces Vives. Pour cet effet imaginons-nous que les puiſſances R, S ſe retirent, il eſt conſtant que les boules L & P ſeront obligées de ceder, & que dans le Mouvement accéleré que leur imprimeront les*

les ressorts, la boule L acquerra plus de vîtesse par les efforts continués de douze ressorts que la boule P égale à la boule L n'en peut acquerir par les efforts continués de trois ressorts.

Je suppose deux lignes droites quelconques données A C, B D que je prens pour deux rangs de petits ressorts égaux & également bandés; (nous concevrons que ces deux droites sont comme 12 à 3 afin de ne pas abandonner la supposition que M. Bernoulli a commencé de faire ainsi qu'on vient de voir). *Je suppose de plus que deux boules égales commencent à se mouvoir des points C, D vers F & L lorsque les ressorts commencent à se dilater. Soient C M L, D N K deux lignes courbes, dont les ordonnées G M, H N expriment les vîtesses acquises aux points G, H. Je nomme B D = a, l'abcisse D H = x, sa différence H P = dx, l'ordonnée H N = u, & sa différence T O = d u; je prens ensuite les abcisses C G, C E de la courbe C M L telles qu'elles soient aux abcisses de la courbe D N K, comme A C est à B D, ou ce qui est la même chose; je fais B D . A C ::* Fig. 8

D

DH.CG::DP.CE, & *ſuppoſant AC = na*, *on aura CG = nx*, *GE = ndx*; *ſoit enfin l'ordonnée GM = z*; *tout ceci ſuppoſé je raiſonne ainſi.*

Les boules étant parvenues aux points H & G, *chaque reſſort tant de ceux qui étoient reſſerrés dans l'intervalle AC*, *que de ceux qui l'étoient dans l'intervalle BD*, *ſera dilaté également*, *parce que AC.CG::BD.DH*; *chacun de ces reſſorts aura donc perdu une partie égale de ſon élaſticité*, & *il leur en reſtera à chacun également*; *donc les preſſions ou les Forces mortes que les boules en reçoivent en H & en G ſont auſſi égales entr'elles. Je nomme cette preſſion p. Or l'accroiſſement élementaire de la vîteſſe en H*, *je veux dire la différence TO ou du eſt par la loi connue de l'accéleration en raiſon compoſée de la Force Motrice ou de la preſſion p*, & *du petit temps que le Mobile met à parcourir la différence HP ou dx*, *lequel temps s'exprime par* $\frac{HP}{HN} = \frac{dx}{u}$, * *on aura donc* $du = \frac{pdx}{u}$, & *partant* $udu = pdx$, *dont l'integrale eſt* $\frac{1}{2}uu = \int pdx$; *par la*

* Voyez la Mechanique générale, *Liv. I. n. 84.*

même raiſon on a $dz = \frac{p \times GE}{GM} = \frac{pndx}{z}$, *par conſéquent* $zdz = pndx$, *& en integrant* $\frac{1}{2}zz = \int pndx$; *d'où il ſuit que* $uu.zz :: \int pdx.\int pndx :: 1.n :: a.na :: BD.AC$. *or BD eſt à AC, comme la Force Vive acquiſe en H eſt à la Force Vive acquiſe en G; donc ces deux Forces ſont entr'elles comme uu eſt à zz; ainſi les Forces Vives des corps égaux en maſſes ſont comme les quarrés de leurs vîteſſes, & ces vîteſſes elles-mêmes ſont comme les racines quarrées des Forces Vives, ce qu'il falloit demontrer.*

Avant de refuter cette preuve de M. Bernoulli, nous chercherons le rapport des temps pendant leſquels les deux boules ſe meuvent, & nous nommerons t le temps de la boule P & T le temps de la boule L. Il eſt ſûr par les regles de la propoſition de la Mechanique générale que nous venons de citer, que nous aurons $t.T :: \int dx \times \frac{1}{\sqrt{\int pdx}}. n\int dx \times \frac{1}{\sqrt{n\int pdx}} :: \int dx \times \sqrt{n\int pdx}. n\int dx \times \sqrt{\int pdx}$. Or $\int dx$ eſt l'inte- Fig. 5

Fig. 5. grale de DH, & $n\int dx$ eſt l'integrale de CG; donc $\int dx = DH$, & $n\int dx = CG$; de même ayant trouvé ci-deſſus $uu . zz :: \int p\,dx . n\int p\,dx$, nous aurons $u . z :: \sqrt{\int p\,dx} . \sqrt{n\int p\,dx}$; mettant donc dans la proportion $t . T :: \int dx \times \sqrt{n\int p\,dx} . n\int dx \times \sqrt{\int p\,dx}$ les valeurs DH, CG de $\int dx$ & $n\int dx$, & la raiſon $u . z$ au lieu de ſon égale $\sqrt{\int p\,dx} . \sqrt{n\int p\,dx}$, nous aurons $t . T :: DH \times z . CG \times u$; mais par la conſtruction nous avons $DH . CG :: BD . AC$, & nous avons trouvé $BD . AC :: uu . zz$; donc $t . T :: uuz . zzu :: u . z$; c'eſt-à-dire, le temps employé à la fin de l'eſpace DH eſt au temps employé à la fin de l'eſpace CG, comme la vîteſſe acquiſe à la fin de DH eſt à la vîteſſe acquiſe à la fin de CG.

De tout ce que nous venons de voir il ſuit que le Mouvement des deux boules eſt un Mouvement uniformément accéleré, car la Force morte ou preſſion des boules égales Fig. 4. L, P eſt égale, de même que leur Pe-

ſanteur eſt égale, les eſpaces parcourus ſont entr'eux comme les quarrés des vîteſſes, & les temps ſont comme les vîteſſes; tout ſuit donc ici la Loi de Galilée; or dans cette Loi lorſque les eſpaces parcourus ſont égaux, les temps employés à les parcourir vont en diminuant, & les impreſſions de la Peſanteur correſpondantes à ces temps inégaux diminuent auſſi, puiſque ces impreſſions ne ſont égales que lorſque les temps étant égaux les eſpaces vont en augmentant; donc les Forces des reſſorts qui tiennent ici lieu des impreſſions de la Peſanteur, & dont les debandemens font parcourir des eſpaces égaux aux corps font des impreſſions inégales ſur ces corps. Par exemple le premier reſſort *M* fait plus d'impreſſion ſur *L* que le ſecond, & le ſecond en fait plus que le troiſiéme, & ainſi de ſuite à cauſe que les temps correſpondans aux debandemens égaux vont en diminuant; ainſi quoique les douze reſſorts qui agiſſent ſur la boule *L* ſoient égaux entr'eux, cependant

les impreſſions qu'ils font ſur cette boule vont en diminuant à meſure qu'ils en ſont plus éloignés, & il faut dire la même choſe des trois reſſorts qui agiſſent ſur la boule *P*. D'où il ſuit que les impreſſions des douze reſſorts ſur la boule *L* priſes enſemble valent moins que les Forces de ces douze reſſorts priſes enſemble, puiſque les Forces des douze reſſorts ſont égales, au lieu que les impreſſions vont en diminuant, & par la même raiſon les impreſſions des trois reſſorts qui agiſſent ſur la boule *P* priſes enſemble valent moins que les Forces de ces trois reſſorts. Or les Forces agiſſantes des boules *L*, *P* ſont proportionnelles aux impreſſions des reſſorts qui les preſſent puiſqu'elles en ſont les effets; donc ces Forces Vives ſont moindres que les Forces des reſſorts, & par conſéquent elles ne ſont pas dans la raiſon des eſpaces ou des quarrés des vîteſſes. Il ſemble que Monſieur Bernoulli auroit dû s'appercevoir du défaut de ſon raiſonnement.

Et pour faire voir que les Forces des corps en Mouvement sont ici comme les vîtesses de même que partout ailleurs, il n'y a qu'à considerer que les vîtesses étant comme $\sqrt{12}$ est à $\sqrt{3}$, ou comme $2\sqrt{3}$ à $\sqrt{3}$, ou enfin comme 2 à 1, le temps de la boule *L* est au temps de la boule *P* comme 2 à 1. C'est pourquoi supposant que les deux boules fassent effort pour réfermer les ressorts avec les vîtesses acquises à la fin des debandemens, la boule *L* ne consumera sa Force qu'à la fin de deux temps, à chacun desquels elle perdra un degré de vîtesse à cause de l'égalité des temps, & la boule *P* perdra sa Force à la fin du premier temps, parce que la vîtesse qu'elle perdra étant égale à la vîtesse qu'elle avoit, il ne lui en restera plus; or comme la boule *L* ne continuera de se mouvoir après le premier temps que parce que la vîtesse qu'elle aura perdu en fermant des ressorts sur son passage, sera moins grande par rapport à sa vîtesse totale, que la vîtesse que la boule *P*

aura perdu dans le même temps n'est grande par rapport à sa vîtesse totale, & qu'au contraire en supposant que les vîtesses ôtées à chaque boule dans un même temps fussent proportionnelles à leurs vîtesses totales, les deux boules perdroient toute leur Force à la fin de ce premier temps ; il s'ensuit que les Forces de ces boules doivent être comme les vîtesses qu'elles perdroient en même temps si les vîtesses perdues dans des temps égaux étoient proportionnelles aux vîtesses acquises, ou comme les espaces qu'elles parcourroient dans le même temps si elles ne perdoient rien de leurs vîtesses. Mais les portions proportionnelles de vîtesse que les boules perdroient dans un même temps sont comme les vîtesses acquises, & non pas comme leurs quarrés ; donc les Forces de ces boules ne sont pas comme les quarrés des vîtesses acquises, mais simplement comme ces vîtesses.

L'argument que l'on tire contre les Forces Vives de la différence des temps a paru si fort à M. Bernoulli

qu'il

qu'il n'a pris d'autre parti que celui de nier qu'on dût faire attention à cette différence; mais comme ce sçavant Géometre n'ignoroit pas qu'on ne nie point une Proposition sans donner les raisons qui engagent à prendre la négative, il s'est appuyé sur une proprieté de la Cycloide renversée que nous avons démontrée dans la Mechanique, Liv. I. n. 204. Soient les deux corps égaux *A*, *B* attachés à deux différens points *A*, *B* de la demi Cycloide renversée *A B C*, si l'on vient à couper les fils qui les retiennent, & que ces corps ne puissent se mouvoir que le long de la demi Cycloide, ils se mouvront d'un Mouvement accéleré, puisque la demi Cycloide est un Polygone d'une infinité de côtés ou de plans inclinés, & que le Mouvement sur des plans inclinés est un Mouvement qui s'accélere, cependant ces deux corps arriveront à la fin d'un même temps au point *C*, quoique les espaces qu'ils ont à parcourir soient différens; donc si ces deux corps après être parvenus Fig. 7.

en *C* viennent à remonter avec leurs vîtesses acquises, ils parviendront aussi dans un même temps aux points *A*, *B*, d'où ils étoient partis, & par conséquent, dit M. Bernoulli, il est fort aisé de faire monter des corps pesans à différentes hauteurs dans des temps égaux.

Je ne sçais pas quel avantage M. Bernoulli prétend tirer d'une expérience qui se trouve directement opposée à ce qu'il veut établir. Deux corps égaux peuvent dans des temps égaux parcourir des espaces inégaux par un Mouvement accéleré; cela est indubitable, & ne sçauroit même manquer d'arriver quand les vîtesses acquises avec lesquelles les corps remontent sont inégales. Mais les espaces inégaux parcourus dans des temps égaux seront-ils comme les quarrés des vîtesses acquises? C'est ce que nous nierons toujours, comme étant opposé aux loix du Mouvement retardé, & ce que M. Bernoulli ne nous fera jamais trouver dans la Cycloide renversée. Au contraire nous

avons demontré dans l'Ouvrage cité ci-dessus que les espaces *CA*, *CB* parcourus dans des temps égaux par les corps *A*, *B* sont précisément comme les vîtesses acquises à la fin de leur descente ; & ceci seroit pour nous un nouveau motif d'attaquer les Forces Vives, si nous cherchions à entasser expérience sur expérience plûtôt qu'à établir un raisonnement décisif contre lequel on ne puisse plus revenir.

Après la prétendue Démonstration touchant les ressorts que nous venons de refuter, M. Bernoulli en apporte une autre qu'il nomme Géometrique & Générale, &, qui, à son avis, est si fort au-dessus de toute exception, qu'elle est seule capable de convaincre les Partisans les plus obstinés de l'opinion vulgaire. Voyons si en effet elle a de quoi nous convaincre pleinement, ou si à notre tour nous n'aurons pas quelque raison plus forte qui emportât le dessus. Ceux qui n'entendent pas les regles du Mouvement composé, au-

ront ſoin avant de lire ceci, de voir ce que nous enſeignons touchant ce Mouvement dans notre Méchanique.

Fig. 6. *Figurons-nous*, dit M. Bernoulli, *que le corps C frappe obliquement un reſſort placé en L avec la vîteſſe C L; ſoit l'angle d'obliquité C L P de 30 degrés, afin que la perpendiculaire C P devienne égale à $\frac{1}{2}$ C L; ſoit la vîteſſe C L = 2, & ſoit enfin la réſiſtance du reſſort L, telle que pour le plier il faille préciſement un degré de vîteſſe dans le corps C, lorſque ce corps le heurte perpendiculairement, on ſuppoſe que le corps C ſe meut ſur un plan horizontal. Ceci connu, je dis qu'après que le corps C aura choqué obliquement le corps L avec une vîteſſe C L de deux degrés, vîteſſe, qui, en vertu de la compoſition du Mouvement, eſt compoſée de C P = 1 & de P L = $\sqrt{3}$, ce corps perdra entierement le Mouvement perpendiculaire par C P, & ne retiendra que le Mouvement par P L = $\sqrt{3}$, ainſi le corps C après avoir conſumé ſon Mouvement par C P à plier le premier reſſort L, continuera à ſe mouvoir ſelon la direction P L M avec la vîteſſe L M = P L = $\sqrt{3}$. Conce-*

vons au point M un second ressort semblable au premier ; & l'angle de l'obliquité L M Q tel que la perpendiculaire L Q soit 1 ; *il est clair que le Mouvement par L M étant composé des deux collateraux par L Q & Q M, continuera selon la direction Q M N avec une vîtesse M N égale à Q M* $= \sqrt{2}$; *imaginons au point N un ressort égal à chacun des précédens que le corps rencontre sous un angle demi droit M N R, afin que M R perpendiculaire à la ligne de situation du ressort devienne égal à* 1. *Il est manifeste que le Mouvement par M N composé des Mouvemens par M R & par R N consumera le premier de ces Mouvemens par M R à plier le ressort N, & par conséquent son autre Mouvement par R N continuera avec une vîtesse N O* = *R N* = 1 ; *le corps C conserve donc encore un degré de vîtesse suivant la direction R N O après avoir plié les trois ressorts, L, M, N, & c'est avec ce degré de vîtesse qu'il pliera le quatriéme ressort O, contre lequel je suppose qu'il heurte perpendiculairement.*

Il paroît de tout ceci que le corps C a la Force de plier avec deux degrés de vîtesse

quatre reſſorts, dont chacun demande pour être plié un degré de vîteſſe dans le corps C. Mais ces quatre reſſorts pliés ſont l'effet total de la Force du corps C mû avec deux degrés de vîteſſe, puiſque toute cette vîteſſe du corps C ſe conſume à plier ces quatre reſſorts l'un après l'autre, & un ſeul reſſort plié eſt l'effet total de la Force du même corps C mû avec un degré de vîteſſe, puiſque la réſiſtance de chaque reſſort eſt telle qu'elle détruit préciſement un degré de vîteſſe dans ce corps C. Puis donc que les effets totaux ſont entr'eux comme les Forces qui ont produit les effets, il faut que la Force Vive du corps C mû avec deux degrés de vîteſſe ſoit quatre fois plus grande que la Force Vive du même corps mû avec un degré de vîteſſe.

Quand on ſoutient une mauvaiſe cauſe l'eſprit & le ſçavoir ſont d'un très-foible ſecours, le raiſonnement de M. Bernoulli montre aſſez que ce Géometre s'eſt ſervi habilement de l'un & de l'autre, mais malgré la ſubtilité de ſes raiſons, il n'eſt pas difficile d'en decouvrir le défaut.

Je ne ſçaurois diſconvenir qu'il n'y

ait ici quatre degrés de Force, puisque les quatre ressorts n'agissant point l'un sur l'autre demandent chacun un degré pour être comprimé, mais je nie que ces quatre degrés de Force soient produits uniquement par les deux degrés de vîtesse du corps *C*, & que les quatre ressorts n'ayent consumé que deux degrés de vîtesse, comme M. Bernoulli l'avance ici. Le corps *C* ayant perdu un degré de vîtesse par le choc du ressort *L* n'en auroit plus qu'un degré s'il continuoit à se mouvoir selon la même direction *C L*, mais comme il prend la direction *L M*, sa vîtesse devient $\sqrt{3}$; or $\sqrt{3}$ étant plus grand que 1, il est constant que l'excès de vîtesse que le corps *C* gagne dans la direction *L M* sur la vîtesse 1 qui lui resteroit s'il suivoit sa premiere direction, est $\sqrt{3} - 1$. De même la vîtesse $LM = \sqrt{3}$ étant diminuée de 1 après le choc du ressort *M*, il ne devroit rester au corps *C* que $\sqrt{3} - 1$ de vîtesse, mais il lui reste $\sqrt{2}$ plus grand que $\sqrt{3} - 1$, donc ce que le corps gagne de vîtesse

eſt $\sqrt{2} - \sqrt{3} + 1$; enfin la vîteſſe $MN = \sqrt{2}$ étant diminuée de 1 par le choc du reſſort N, la vîteſſe reſtante après ce choc devroit être $\sqrt{2} - 1$, mais cette vîteſſe reſtante eſt 1, donc le corps C a gagné $1 - \sqrt{2} + 1$, ajoutant donc toutes ces vîteſſes gagnées par les différens changemens de direction, nous aurons $\sqrt{3} - 1 + \sqrt{2} - \sqrt{3} + 1 + 1 - \sqrt{2} + 1 = 2$, ainſi les changemens de direction ont augmenté la vîteſſe primitive 2 du corps C de 2 degrés de vîteſſe, & par conſéquent il y a eu à la fin du Mouvement quatre degrés de vîteſſes éteintes, de même qu'il y a eu quatre Forces conſumées. Or les quatre reſſorts égaux ayant été comprimés par des degrés égaux de vîteſſes, CP, LQ, MR, NO, & leur réſiſtance ayant fait perir quatre Forces égales, il s'enſuit que chacune de ces Forces a été proportionnelle à la vîteſſe, & que par conſéquent la ſomme des quatre Forces, c'eſt-à-dire, la Force totale du corps C eſt comme la ſomme des quatre vîteſſes, & non pas comme le quarré de cette ſomme.

Il eſt vrai que la Force éteinte par ſes quatre reſſorts eſt comme le quarré 4 de la vîteſſe primitive du corps 2, mais comme cette vîteſſe ne renferme pas toute la vîteſſe qui a composé cette Force, puiſqu'elle n'en eſt que la moitié, il faudroit donc dire que la Force agiſſante eſt comme le quarré de la moitié de ſa vîteſſe totale; encore ne ſeroit-ce que dans l'exemple préſent, car ſi au lieu de la vîteſſe primitive 2 nous prenions 4, c'eſt-à-dire, ſi nous faiſions $CL=4$, & $CP=1$, ce qui demanderoit que l'angle de l'obliquité *CLP* fût plus aigu, alors en faiſant à peu près la même conſtruction que M. Bernoulli, nous trouverons que le corps *C* avec 4 de vîteſſe pourroit fermer 16 reſſorts, dont chacun demanderoit un degré de Force pour être comprimé, ainſi la Force totale ſeroit 16, & par conſéquent elle ſeroit comme le quarré 16 de la vîteſſe primitive 4. Mais comme 4 ne renfermeroit pas toute la vîteſſe de cette Force, puiſqu'il y auroit 16 vîteſſes correſpon-

dantes aux 16 resſorts bandés, il faudroit dire que la Force agiſſante ſeroit ici comme le quarré du quart de ſa vîteſſe totale, tandis que dans le cas précédent il auroit fallu dire que la Force agiſſante étoit comme le quarré de la moitié de toute ſa vîteſſe, d'où l'on voit que la Force agiſſante dans ces ſortes d'exemples n'a point de rapport fixe avec le quarré de ſa vîteſſe totale, au lieu qu'elle eſt conſtamment comme cette vîteſſe.

Ce n'eſt donc qu'à la Décompoſition du Mouvement, & non pas à aucune qualité des Forces agiſſantes qu'il faut attribuer la différence des effets que produit un corps en Mouvement lorſqu'il ſuit ſucceſſivement les directions des Forces qui compoſent ſon Mouvement ; les Forces compoſantes priſes enſemble ſont toujours plus grandes que la compoſée ; par exemple les vîteſſes *CP*, *PL* priſes enſemble ſont plus grandes que la vîteſſe *C L* qu'elles compoſent, c'eſt pourquoi ſi le corps *C* après avoir ſuivi la direction *C L* rencontre un

obſtacle qui lui faiſant perdre le Mouvement ſelon *CP*, l'oblige de ſe mouvoir ſelon *LM* qui eſt dans la direction *PL*, la vîteſſe qu'il aura ſelon cette direction ſera plus grande que celle qu'il auroit eûë après le choc s'il avoit ſuivi la direction *CL*, ce qu'il auroit pu faire ſi le reſſort *L* avoit été perpendiculaire ſur *CL*, & ne lui avoit ôté ſur ſa direction qu'une vîteſſe égale à *CP*. Donc en ſuivant la direction *LM* il aura plus de Force que s'il ſuivoit toujours la direction *CL*. Et il eſt viſible qu'en decompoſant pluſieurs fois ſon Mouvement, on augmentera ſa Force, & on le rendra capable de plus grands effets. Mais tout cela ne dit rien en faveur des Forces Vives, & quoiqu'on veuille établir là-deſſus, jamais on ne prouvera que ces Forces ſoient comme les quarrés de leurs vîteſſes.

Pour mieux faire voir la fauſſeté de la prétention de M. Bernoulli, je n'ai qu'à montrer que s'il y a ici quatre degrés de Force agiſſante, il y a auſſi quatre Forces mortes qui ten-

dent chacune selon sa direction à donner 1 de vîtesse, & que par conséquent les Forces agissantes sont ici dans la même raison que les Forces mortes. Or voici comme je le prouve : la vîtesse *CL* est composée de *CP*, *PL*; la vîtesse *PL* ou *LM* est composée de *LQ*, *QM*, & la vîtesse *QM* ou *MN* est composée de *MR* ou *RN* ou *NO*; donc la vîtesse *CL* est composée des quatre *CP*, *LQ*, *MR*, *RN* qui sont égales entr'elles. Menant donc par le point *C* la droite *CZ* égale & parallele à *LQ*, la droite *CX* égale & parallele à *MR*, & la droite *CT* égale & parallele à *NO*, la Force *CL* sera composée des quatre Forces mortes *CP*, *CZ*, *CX*, *CT*, qui toutes tendront à donner au corps *C* selon leurs directions un degré de vîtesse; c'est pourquoi si le corps *C* choque successivement selon ces 4 directions, il y aura 4 degrés de Force agissante correspondans aux 4 Forces mortes, & si le corps *C* suit toujours la direction *CL*, il n'y aura que deux degrés de Force

agiſſante correſpondans à une Force morte qui tendroit à donner ſur *C L* les deux degrés de vîteſſe que les quatre Forces mortes tendent à donner au corps ſelon cette direction *C L*. Donc les Forces agiſſantes ſont comme les Forces mortes, mais celles-ci ſont comme les vîteſſes qu'elles tendent à donner; donc les Forces agiſſantes ſont auſſi comme leurs vîteſſes, & non pas comme leurs quarrés. Et ſi elles ſont comme le quarré de la vîteſſe qui ſuivroit toujours la direction *C L*, c'eſt que les Forces mortes qui compoſent cette vîteſſe ſont auſſi comme le quarré de la vîteſſe de cette direction.

Je pourrois rapporter ici quelques autres prétendues Demonſtrations que les Partiſans de M. de Leibnits apportent pour ſoutenir ſon ſentiment, mais comme les refutations que j'en ferois rouleroient à peu près ſur les mêmes principes, je me contenterai de dire que les Autheurs qui prennent ce parti ſe trompent en négligeant la différence des temps, ou en préten-

dant mesurer les Forces par les produits des masses par les espaces, ou enfin dans le Mouvement composé en prenant une partie des vîtesses pour les vîtesses totales.

J'achevois de répondre à la derniere Preuve de M. Bernoulli lorsque j'appris que M. de Mairan avoit traité des Forces Vives dans sa sçavante Dissertation imprimée en 1728. dans les Memoires de l'Academie Royale. Le mérite & la réputation de cet illustre Academicien, joint au désir que j'avois de profiter de ses lumieres, me porterent à m'addresser directement à lui. Il me reçut avec sa politesse ordinaire, & loin d'être piqué que j'eusse écrit sur un sujet qu'il avoit si bien discuté, comme il arrive à quelques Sçavans hérissés & jaloux, qui s'imaginent qu'on leur fait tort quand on écrit après eux, il m'exhorta lui-même à continuer mon travail. Mais sa modestie ne lui permettoit pas de voir que sa Dissertation dont il me faisoit part, alloit bientôt me faire tomber la plume des mains. En

effet à la premiere lecture que j'en fis j'y trouvai des preuves si solides & si convaincantes contre le sentiment des Forces Vives, que je crus qu'il étoit inutile de revenir sur une question qui avoit été si clairement résolue. Ce ne fut même qu'en faveur des personnes qui n'ont point les Memoires de l'Academie que je laissai subsister dans ma Méchanique générale ce que j'avois déja écrit. Je serois toujours resté dans le même sentiment si les Institutions de Physique n'avoient été mises au jour. L'érudition & le sçavoir qui paroît dans cet Ouvrage méritent bien qu'on marque le cas qu'on en fait en répondant à ce qui s'y trouve d'opposé à notre façon de penser. Ce n'est pas que j'aye dessein d'examiner tout ce qui y est rapporté en faveur des Forces Vives, la plûpart des preuves étant les mêmes que celles de M. de Leibnits & Bernoulli que j'ai refutées ci-dessus, je ne pourrois les discuter de nouveau sans tomber dans des redites dont je m'assure que tout Lecteur raisonna-

ble voudra bien me diſpenſer. Mais il n'en eſt pas de même à l'égard d'un article des Inſtitutions de Phyſique, où la Diſſertation de M. de Mairan eſt attaquée, & ſi je ne dois pas avoir la témerité de croire que je puiſſe donner quelque degré de clarté aux Ecrits de ce célebre Géometre, du moins je dois aimer aſſez la vérité pour faire voir à mes Lecteurs qu'on tâchera toujours vainement de l'obſcurcir dans un Ouvrage où elle a été miſe dans tout ſon jour.

M. de Leibnits, Inventeur des Forces Vives, ſemble n'avoir appuyé ſon ſentiment que ſur la premiere preuve que nous avons refutée ci-
Fig. 1. deſſus. Que deux corps *A*, *B* commençant à tomber des points, *A* & *B*, parcourent l'un l'eſpace *AC* dans deux ſecondes, & l'autre l'eſpace *BD* dans une ſeconde; les eſpaces *AC*, *BD* ſeront entr'eux comme les quarrés 4.1 des temps 2, 1, & les vîteſſes acquiſes à la fin de ces eſpaces ne ſeront que comme les temps mêmes, ou comme 2.1; cependant ſi

si l'on conçoit que ces corps étant parvenus en *C* & *D* soient repoussés en haut avec leur vîtesse acquise, le corps *A* remontera en *A* dans un temps égal à celui qu'il a employé à descendre de *A* en *C*, & le corps *B* remontera en *B* dans un temps égal à celui qu'il a employé à parvenir de *B* en *D*. Tout le monde convient de ceci; or, disoit M. de Leibnits, les espaces que deux Forces font parcourir à deux corps, sont la mesure la plus naturelle qu'on puisse assigner à leurs quantités, & ces espaces sont ici comme les quarrés des vîtesses acquises à la fin des temps; donc les Forces qui font remonter les corps *A*, *B* sont comme les quarrés de leurs vîtesses. Mais ces Forces sont des Forces Vives, car elles sont acquises par un Mouvement actuel, & dans des temps finis & déterminés; donc les Forces Vives sont entr'elles comme les quarrés des vîtesses, en supposant les masses égales comme nous faisons ici, ou comme les produits des masses par les quarrés des

vîteſſes ſi les maſſes ſont inégales.

Si cette preuve de M. de Leibnits pouvoit reſter ſans replique, elle ſuffiroit pour donner gain de cauſe aux Partiſans des Forces Vives ; mais au contraire ſi on parvient à démontrer ſa fauſſeté, toutes les autres qu'on nous objecte doivent néceſſairement tomber d'elles-mêmes, non-ſeulement par le rapport qui ſe trouve entre les expériences ſur leſquelles on les fonde, & celle que nous venons de rapporter, mais encore parce qu'on ne pourroit nous dire pourquoi ces Forces ſe trouveroient ici en défaut, tandis qu'on voudroit les faire ſubſiſter dans tous les autres cas. C'eſt donc à ce point principal d'où dépend la déciſion du différent que M. de Mairan s'eſt attaché avec le plus de ſoin. D'abord il nous fait voir que les eſpaces que deux différentes Forces font parcourir à des corps égaux ne ſçauroient être la meſure des quantités de ces Forces que dans la ſuppoſition de l'égalité des temps ; or il eſt viſible que les temps ſont ici diffé-

rens, puiſqu'ils ſont comme 2, 1; donc les eſpaces *AC*, *BD* ne ſont pas la meſure des Forces qui font remonter les corps en *A* & *B*. Cette réponſe a toute la ſolidité qu'on peut demander; en fait de Mouvement ſi l'on n'a égard à tout ce qui eſt renfermé dans ſon idée, je veux dire, à la maſſe, à l'eſpace, & au temps, on ſe mettra toujours en danger de tomber dans l'erreur; & dans les cas particuliers où l'on ne ſe ſera point trompé, il arrivera par hazard que les choſes qu'on aura négligées ſeront égales, ce qui vérifiera la concluſion qu'on aura tirée, ſans juſtifier le raiſonnement. Et qu'on ne diſe point qu'il y a une diſtinction à faire entre les Forces uniformes & les Forces retardées; je ſçais que celles-ci rencontrent à chaque pas des obſtacles qui les affoibliſſant peu à peu les font enfin perir, & qu'au contraire celles-là ne rencontrant point d'obſtacles, conſervent toujours une entiere vigueur; mais ces obſtacles ne changent point la valeur intrinſeque des

Forces. Il ſera toujours vrai de dire qu'une Force comme deux, eſt une Force comme deux, ſoit qu'elle ſoit détruite par une cauſe étrangere, ou qu'elle ne le ſoit pas. Ce qui aura été détruit ne ſera jamais que deux; de même qu'en ôtant la cauſe qui détruit, on ne retrouvera que deux.

Il paroît donc que M. de Mairan auroit pu s'en tenir à la réponſe que nous venons de rapporter; mais comme on ſe ſeroit peut-être imaginé qu'en négligeant la différence des temps, il devoit du moins admettre que les Forces agiſſantes ſont dans la raiſon des quarrés de leurs vîteſſes; il pouſſe la choſe plus loin, & recherchant la véritable cauſe des effets qui ont occaſionné la queſtion, il nous fait voir que malgré la diverſité des temps les Forces agiſſantes ne ſont que comme leurs vîteſſes, & non pas comme leurs quarrés. *Ce ne ſont point*, dit-il, *les eſpaces parcourus par le Mobile dans le Mouvement retardé qui donnent l'eſtimation & la meſure de la Force Motrice, mais les eſpaces non parcourus, &*

qui l'auroient dû être par un Mouvement uniforme dans chaque inſtant. Ces eſpaces non parcourus ſont en raiſon des ſimples vîteſſes, & partant les eſpaces qui repondent à une Force Motrice retardée, ou décroiſſante en tant qu'elle ſe conſume dans ſon action, ſont toujours proportionnels à cette Force, & à la vîteſſe du Mobile, tant dans les Mouvemens retardés, que dans le Mouvement uniforme. Cette aſſertion qui paroît un eſpece de paradoxe, comme M. de Mairan l'avouë lui-même, ſe trouve démontrée dans toute la rigueur Géometrique dans ſa Diſſertation, & l'on peut dire que c'eſt ici le plus rude coup que les Forces Vives ayent jamais eſſuyé. L'Autheur des Inſtitutions de Phyſique a l'eſprit trop pénétrant pour ne l'avoir pas ſenti. Quoïque l'Ouvrage de M. de Mairan contienne grand nombre d'autres preuves, qui toutes tendent à la deſtruction des Forces Vives, il ne s'eſt attaché qu'à celle-ci, convaincu, peut-être, que ſi l'on pouvoit une fois la réduire au néant, toutes les autres ſeroient faciles à diſ-

ſiper. A ſon avis, M. de Mairan n'a rien oublié de tout ce qu'on peut dire en faveur d'une mauvaiſe cauſe; mais ſon raiſonnement eſt toujours vicieux dans le fonds, & plus il eſt ſéduiſant, plus il ſe croit obligé de faire ſentir aux Lecteurs que la doctrine des Forces Vives n'en peut ſouffrir aucune atteinte. Je rapporterai bientôt & la Démonſtration de M. de Mairan, & les raiſons que lui oppoſe l'Autheur des Inſtitutions de Phyſique. Mais auparavant je ſuis bien aiſe de rappeller ce qui regarde la nature & les proprietés des Mouvemens accélerés & retardés, & d'en tirer quelques conſéquences qui mettront le Lecteur en état de juger plus facilement du parti que l'on doit prendre dans cette queſtion.

Fig. 11. Soit le corps *A* qui commence à tomber du point *A*, & qui ſe meut pendant un temps repréſenté par la ligne *AF* que je ſuppoſe diviſé en quatre petits temps égaux, finis & déterminés *AC*, *CD*, *DE*, *EF*; ſuppoſons auſſi que l'eſpace parcou-

ru pendant le premier temps *AC* soit représenté par le triangle *ACH.* Il est sûr que si à la fin du temps *AC* la Pesanteur cessoit d'agir sur le corps *A*, & que ce corps ne se mût que par la vîtesse acquise à la fin de ce temps, l'espace *CHMD* qu'il parcourroit pendant le second temps *CD* seroit double de l'espace *ACH* parcouru pendant le premier temps; personne ne disconvient de ceci, & en effet il est clair qu'une vîtesse acquise & uniforme doit faire parcourir un espace double de celui qui a été parcouru avec une vîtesse qui s'est augmentée par des accroissemens insensibles & égaux en supposant l'égalité des temps de part & d'autre. Or tandis que la vîtesse acquise à la fin du temps *AC* feroit parcourir au corps *A* l'espace *CHDM* pendant le temps *CD*, la Pesanteur de son côté si elle agissoit toute seule lui feroit parcourir dans le même temps *CD* l'espace *HMN* égal à l'espace *ACH* qu'elle auroit fait parcourir dans le premier instant; car la Pesan-

teur agiſſant toujours de la même maniere ſur le corps, les accroiſſemens de vîteſſe qu'elle donne dans des temps égaux ſont égaux ; laiſſant donc agir la vîteſſe acquiſe à la fin du temps *AC*, & la Peſanteur, l'eſpace parcouru pendant le temps *C D* ſera *CHND*, & cet eſpace ſera compoſé de deux parties, dont l'une *CHMD* ſeroit parcourue avec une vîteſſe uniforme ſi elle agiſſoit ſeule, & l'autre *H N M* ſera parcourue avec une vîteſſe accélerée. Il eſt aiſé de voir que ſi la vîteſſe acquiſe pendant le temps *C D* agiſſoit ſeule ſur le corps pendant le temps *D E*, l'eſpace parcouru *M N Z X* ſeroit double de *H N M*, & que laiſſant agir cette vîteſſe conjointement avec la Peſanteur & avec la vîteſſe acquiſe à la fin du temps *A C*, l'eſpace parcouru *D N O E* ſera compoſé de trois parties, dont les deux *DMXE*, *MNZX* ſeroient parcourues avec des vîteſſes uniformes & égales ſi elles agiſſoient ſeules, & la troiſiéme *N O Z* ſera parcourue avec une vîteſſe accéle-

rée ;

rée ; & continuant le même raisonnement on trouvera que les espaces parcourus, à l'exception du premier, sont tous parcourus par un Mouvement dont une partie seroit uniforme, & l'autre accélerée ; c'est-à-dire, le Mouvement du premier espace seroit acceléré ; celui du second auroit une partie uniforme, & l'autre accélerée ; celui du troisiéme en auroit deux uniformes, & l'autre accélerée ; & ainsi de suite.

Et il faut observer que quoique je dise que chacun des espaces est parcouru avec des vîtesses, dont les unes seroient uniformes si elles agissoient seules, & dont la derniere est accélerée ; je ne veux pas dire pour cela qu'une partie de ces espaces soit parcourue uniformément, & l'autre d'une maniere accélerée, car les vîtesses uniformes & accélerées agissant ensemble ne forment qu'une seule vîtesse accélerée dans chaque espace.

Puisque la vîtesse acquise à la fin du temps *A C* feroit parcourir l'espace *C H M D* dans le temps *C D*, que

celle-ci jointe à la vîtesse que la Pesanteur auroit ajoutée à la fin du tems *C D*, c'est-à-dire, toute la vîtesse acquise à la fin des deux temps *A C*, *C D* feroit parcourir pendant le temps *DE* l'espace *DNZE*, & ainsi de suite; il s'ensuit que les vîtesses acquises à la fin des temps *A C*, *A D*, *A E*, *A F* sont comme les espaces *CHDM*, *DNZE*, *EOKF*, *FPIL*; mais ces espaces ayant les hauteurs égales, sont comme leurs dimensions inégales *C H*, *D N*, *E O*, *F P*, & à cause des triangles semblables *ACH*, *A D N*, &c. ces dimensions *C H*, *D N*, &c. sont comme les temps *AC*, *AD*, &c. donc les vîtesses acquises à la fin des temps *AC*, *AD*, &c. sont comme les temps. Mais à cause des mêmes triangles semblables les espaces *A C H*, *A D N* parcourus à la fin des temps *AC*, *AD*, &c. sont comme les quarrés de ces temps; donc les espaces parcourus à la fin des temps *A C*, *A D*, &c. sont comme les quarrés des temps, tandis que les vîtesses ne sont que comme les temps.

Les Forces acquises à la fin des temps AC, AD, &c. sont comme les vîtesses acquises à la fin de ces mêmes temps; car les vîtesses acquises sont comme les espaces *CHDM*, *DNZE*, *EOKF*, &c. qu'elles feroient parcourir dans des temps égaux *CD*, *DE*, *EF*, &c. & les espaces parcourus dans des temps égaux sont la mesure la plus naturelle des quantités des Forces qui font parcourir ces espaces, ce que les Partisans des Forces Vives ne peuvent nier, puisqu'ils l'admettent même lorsque les temps ne sont pas égaux; donc les Forces acquises à la fin des temps *AC*, *AD*, &c. sont comme les vîtesses acquises à la fin de ces mêmes temps.

De ce que nous venons de prouver, il suit nécessairement qu'il n'y a point de différence entre les vîtesses acquises & les Forces acquises à la fin des mêmes temps; or les Partisans des Forces Vives conviennent que les vîtesses acquises sont comme les temps *AC*, *AD*; donc ils doivent convenir aussi que les Forces acquises sont

comme les temps; mais les Forces acquises à la fin des temps *AC*, *AD*, &c. sont des Forces agissantes, puisqu'elles sont acquises par un Mouvement actuel & après un temps déterminé; donc les Forces agissantes sont comme les temps, ou comme les vîtesses, & non pas comme les quarrés.

Je vois bien qu'on me dira que les Forces dont je parle, sont des Forces uniformes, au lieu que M. de Leibnits parloit de Forces retardées; mais je redirai aussi que les Forces uniformes, & les retardées n'ont rien en elles-mêmes qui puisse les distinguer, & que toute la différence qu'on y trouve ne venant que des obstacles que les unes rencontrent, tandis que les autres n'en rencontrent point, tout ce qu'il en arrive c'est que celles-ci se trouvent affoiblies peu à peu, & perissent même totalement, tandis que celles-là sont toujours dans la même vigueur. Pour s'en convaincre pleinement on n'a qu'à supposer que deux corps d'égale masse soient

poussés avec des vîtesses égales, mais que l'un rencontre sur sa route d'autres corps qui par leur choc détruisent peu à peu son Mouvement, & que l'autre n'en rencontre point, celui qui aura été choqué se trouvera en repos, tandis que l'autre continuera à se mouvoir, & parcourra par conséquent un espace plus grand; dira-t'on pour cela que ces deux corps n'ont pas été poussés avec des Forces égales? C'est ce que je ne crois pas qu'aucun Géometre ou Physicien ose jamais avancer, & ce qui me fait croire aussi qu'on ne soutiendra jamais qu'une Force qu'on transforme d'uniforme en retardée, ou de retardée en uniforme puisse être différente d'elle-même; mais allons plus avant.

Supposons qu'un autre corps *B* commençant à tomber du point *B* se meuve pendant les temps *Bc*, *cd* égaux chacun à chacun aux temps *AC*, *CD*, l'espace *Bcb* parcouru par le corps *B* pendant le temps *Bc* sera égal à l'espace *ACH* parcouru par le Fig. 11.

corps *A* pendant le temps *AC*=*Bc* ; & l'eſpace *Bdn* que *B* parcourra pendant le temps *Bd* ſera égal à l'eſpace que *A* parcourra pendant le temps *AD* ; & comme les vîteſſes ou les Forces acquiſes par le corps *B* à la fin des temps *Bc*, *Bd* ſeront entr'elles comme les droites *ch*, *dn* égales chacune à chacune aux droites *CH*, *DN* à cauſe de la ſimilitude des triangles *Bch*, *ACH*, *Bdn*, *ADN*, & des hauteurs égales *Bc*, *AC*, *Bd*, *AD* ; il s'enſuit que la vîteſſe ou Force acquiſe du corps *B* à la fin du temps *Bd* ſera à la vîteſſe ou Force acquiſe du corps *A* à la fin du temps *AF*, comme *dn* eſt à *FP*, ou comme 2 à 4, ou comme 1 à 2. Maintenant ſuppoſons que les deux corps *A*, *B* ayant parcouru les eſpaces *AFP*, *Bdn* à la fin des temps *AF*, *Bd* ſoient repouſſés en enhaut avec leurs vîteſſes acquiſes à la fin de ces temps ; il eſt clair que ſi la Peſanteur ceſſoit d'agir ſur ces corps, le corps *A* parcourroit l'eſpace *ARPF* double de l'eſpace *APF* dans un temps égal à celui qu'il a

employé à parcourir *APF*; car sa vîtesse ou Force acquise à la fin du temps *AF* lui feroit parcourir pendant le temps *EF* l'espace *FPQE* qui est le quart du rectangle *FPRA*; & comme cette vîtesse seroit uniforme, puisque nous supposons qu'elle ne trouveroit point d'obstacles, il s'ensuit qu'elle feroit parcourir au corps *A* le rectangle *FPRA* quadruple du rectangle *FPQE* dans le temps *FA* quadruple de *FE*. Par la même raison le corps *B* parcoureroit l'espace *dnuB* double de l'espace *Bdn* dans un temps égal à celui qu'il a employé à parcourir *Bdn*, & ces deux espaces *FPRN*, *dnuB* seroient entr'eux comme 4 à 1 à cause que les bases *FP*, *dn*, & les hauteurs *AF*, *Bd* sont entr'elles comme 2 à 1. Ainsi les espaces parcourus seroient en raison doublée des vîtesses acquises, ou des vîtesses qui obligeroient les corps *A*, *B* à remonter.

Que si nous laissons agir la Pesanteur sur les deux corps *A*, *B* pendant qu'ils remonteront, il arrivera que

pendant le temps *EF* la Pesanteur empêchera le corps *A* de parcourir l'espace *O Q P*, car la Pesanteur agissant uniformément sur le corps, soit qu'il descende ou qu'il monte, elle doit l'empêcher en montant pendant un temps, de parcourir un espace *O P Q* égal à l'espace *O K P* qu'elle lui feroit parcourir dans le même temps s'il descendoit. Ainsi la vîtesse qu'elle fera perdre au corps en montant pendant le temps *E F* étant égale à celle qu'elle lui auroit fait acquerir en descendant pendant le même temps, laquelle vîtesse acquise lui feroit parcourir dans un temps semblable un espace semblable & égal à l'espace *KOQP*; il ne doit plus rester au corps *A* à la fin de ce temps qu'une vîtesse, laquelle ne lui feroit parcourir pendant le temps *E D* que l'espace *E O T D* si elle ne rencontroit point d'obstacles; mais comme la Pesanteur s'oppose toujours à son passage, le corps *A* perdra pendant ce temps la partie de cette vîtesse qui lui auroit fait parcourir un espace sembla-

ble & égal à *ZOTN*, & continuant ce même raiſonnement on trouvera que les vîteſſes perdues pendant les temps *FE*, *ED*, *DC*, *CA* ſont repréſentées par les eſpaces *KPOQ*, *ZOTN*, *MNYH*, *CHAG*, leſquels pris enſemble ſont égaux à l'eſpace *FPQE* que le corps auroit parcouru dans le premier temps *EF*, & qui repréſente la vîteſſe acquiſe avec laquelle le corps remontoit. Par la même raiſon le corps *B* en remontant aura perdu des vîteſſes repréſentées par les eſpaces *mnyh*, *chgB*, qui pris enſemble ſont égaux à l'eſpace *dnyc* qui repréſente la vîteſſe acquiſe avec laquelle il remontoit. Or les eſpaces réellement parcourus par les corps *A*, *B* en remontant étant les triangles *AFP*, *Bdn* qui ſont moitié des rectangles *AFPR*, *Bdnu* qu'ils auroient parcourus s'ils n'avoient point trouvés de réſiſtance ; il eſt évident que ces eſpaces ſont encore entr'eux comme les quarrés des vîteſſes qui font remonter les corps, d'où il ſemble d'abord qu'il faut faire

une distinction entre les vîtesses & les Forces des corps, à cause que les vîtesses étant comme 2 à 1, les espaces que l'on confond mal à propos avec les Forces dans le cas présent sont comme 4 à 1.

Pour lever cette difficulté on repond d'abord que les espaces ne sont ici comme 4 à 1 que parce que la premiere Force agit dans un temps double de celui qui est employé par la seconde Force; & en effet si on ne laisse agir la Force uniforme du corps *A* que pendant le temps *F D* égal au temps *d B* de la Force uniforme du corps *B*, on trouvera aisément que le corps *A* parcourra un espace qui ne sera à l'espace parcouru par *B* que comme 2 à 1, ou comme la vîtesse acquise de *A* à la vîtesse acquise de *B*; mais comme on pourroit prétendre que la diversité des temps en augmentant l'espace parcouru par *A* augmente aussi la Force des corps, nous allons montrer que cette Force est la même, soit qu'elle agisse pendant les deux temps *F E*, *E D*, ou qu'elle

agiſſe pendant les quatre *FE*, *ED*, *DC*, *CA*.

Les effets étant toujours proportionnels à leurs cauſes on ne peut mieux juger de la quantité d'une Force qui ſe détruit en agiſſant que par les obſtacles qui cauſent ſa deſtruction. Or les obſtacles qui détruiſent la Force de *A* ſont les impreſſions de la Peſanteur, leſquelles ſont perir au premier inſtant *FE* la vîteſſe qui feroit parcourir un eſpace égal à *KPQO*; au ſecond la vîteſſe qui feroit parcourir un eſpace égal à *ZOTN*; au troiſiéme celle qui feroit parcourir un eſpace égal à *MNYH*; & au quatriéme celle qui feroit parcourir un eſpace égal à *CHGA*; donc ces impreſſions ou obſtacles ſont comme les eſpaces *KPQO*, *ZOTN*, *MNYH*, *CHGA*. Par la même raiſon les obſtacles qui font perir & conſumer la Force de *B* ſont comme *mnyh*, *chgB*. Mais les quatre eſpaces *KPQO*, *ZOTN*, *MNYH*, *CHGA* ſont aux eſpaces *mnyh*, *chgB* comme 4 à 2, ou comme 2 à 1; donc les obſ-

tacles qui détruisent les Forces de *A* & de *B* sont comme 2 à 1, & par conséquent les Forces sont comme 2 à 1, ou comme leurs vîtesses.

On voit par là que la seule consideration des Mouvemens accélerés & retardés nous découvre, 1°. que la vîtesse d'un corps multipliée par la masse n'est point différente de sa Force, soit que le Mouvement soit uniforme, ou qu'il soit accéleré, ou retardé; 2°. que la Force n'augmente point par la plus grande durée du Mouvement; 3°. enfin que M. de Mairan a eu raison de dire que ce sont les espaces non parcourus, & qui l'auroient dû être par un Mouvement uniforme, qui donnent l'estimation & la mesure de la Force Motrice dans le Mouvement retardé; les espaces non parcourus par le corps *A*, c'est-à-dire, les espaces que la Pesanteur a empêché de parcourir, sont au premier instant l'espace *PQO*, au second l'espace *OTN*, au troisiéme l'espace *NYH*, & au quatriéme l'espace *HGA*; de même les espaces

non parcourus par le corps *B* ſont au premier inſtant l'eſpace *nyh*, & au ſecond l'eſpace *hg B*, mais ces eſpaces non parcourus de part & d'autre étant comme 4 à 2, ſont en même raiſon que les obſtacles qui ont détruit les Forces ; donc puiſque les Forces ſont comme les obſtacles qui les détruiſent, elles ſont auſſi comme les eſpaces non parcourus. Mais il eſt temps de faire voir comment M. de Mairan démontre lui-même la propoſition que nous avons rapportée ci-deſſus ; c'eſt à la page 29. de la premiere édition de ſa Diſſertation, ou à la page 67. de la ſeconde édition qu'il s'explique ainſi *.

Concevons deux mobiles égaux A & B qui remontent ſur les lignes A D de quatre toiſes, B D de deux toiſes ; l'un, ſçavoir A avec deux degrés de viteſſe, & l'autre B avec un degré. Si rien ne s'oppoſoit à la Fig. 8.

---

* La premiere édition eſt *in-quarto*, & ſe trouve à la tête des Memoires de l'Academie de l'année 1728. & la ſeconde qui vient de ſe faire eſt *in-douze*, & ſe vend à Paris chez Jombert, Libraire, ruë S. Jacques.

Force Motrice du corps B, c'est-à-dire, si le Mouvement étoit uniforme, B parcourroit au premier temps les deux toises B d sans rien perdre de cette Force ni du degré de vîtesse dont elle résulte. Mais parce que par hypothese les impulsions contraires de la Pesanteur qui lui sont continuellement appliquées pendant ce temps achevent de consumer sa Force & sa vîtesse, & l'arrêtent enfin lorsqu'il est parvenu à la fin b de la premiere toise, le mobile B ne parcourra qu'une toise dans son Mouvement retardé; & je dis de même du mobile A, il auroit parcouru dans le premier instant les quatre toises A D, mais les impulsions contraires de la Pesanteur l'ont fait, pour ainsi dire, reculer d'une toise D C pendant ce temps; de sorte qu'il n'en a parcouru réellement que trois, & ces impulsions contraires ont consumé ou détruit en lui un degré de Force & un degré de vîtesse, comme ils ont fait dans le corps B pendant un temps semblable. Mais parce que le corps A avoit deux degrés de Force & deux degrés de vîtesse, il lui en reste encore 1, & il se trouve par là en C, & à la fin du premier temps dans le cas où se trouvoit le corps B au com-

mencement de ce premier temps. Il a donc tout ce qu'il faut pour parcourir encore deux toises C E en un second temps semblable au premier si aucune impulsion contraire ne s'y oppose. Mais les impulsions contraires de la Pesanteur vont s'y opposer de la même façon qu'elles se sont opposées au Mouvement du corps B ; donc le corps A ne parcourra pendant ce second temps que la toise CD, ayant, pour ainsi dire, reculé de l'autre toise ED en vertu du retardement, ou des impulsions contraires à sa Force Motrice, après quoi il s'arrêtera en D, comme le corps B en b ; de sorte qu'il n'aura parcouru en tout dans les deux temps de son Mouvement que quatre toises. Ce sont ces espaces b d, C D dans le premier instant, & DE dans le second, & ainsi de suite que j'appelle non parcourus. *Ils sont non parcourus relativement à la Force Motrice des corps A, B, & à leur direction donnée de B vers d, & de A vers E, à laquelle seule on fait attention ; quoiqu'en un sens ils soient très-réellement parcourus en valeur, en direction contraire, & par l'effet d'une autre Force Motrice opposée à la premiere, qui s'y mêle, & qui la modifie continuellement, comme feroit le*

Mouvement contraire d'un plan ſur lequel le mobile ſeroit porté.

Et à la page 33. de la premiere édition, & 75. de la ſeconde, M. de Mairan continuë ainſi : *Les eſpaces non parcourus à chaque inſtant repréſentent la Force perduë & conſumée à cet inſtant, ou ce qui revient au même, l'effort de la puiſſance contraire qui la détruit, ou qui la conſume en s'exerçant contre elle ; mais la ſomme de toutes les Forces perduës, ou de tous les efforts contraires eſt égale à la Force totale du mobile. Donc, &c.*

Les eſpaces Bb, AC parcourus par le mobile dans le premier inſtant ſont l'effet de la Force conſtante & conſervée, & non de la Force retardée ou perduë ; ainſi ils ne doivent point meſurer la perte qui s'en eſt faite dans le temps employé à les parcourir. Cette perte, dis-je, s'eſt faite en les parcourant, & non à les parcourir : elle doit être repanduë ſur ces eſpaces, & ſur le temps employé à les parcourir ; mais elle n'a d'effet réel, & n'apporte du changement à la Force Motrice totale, & ne la fait decroître que proportionnellement à l'eſpace non parcouru, ou à la valeur de l'eſpace non parcouru

parcouru repanduë ou retranchée continuellement sur les portions correspondantes d'espace parcouru. L'espace parcouru n'exprime que la repetition de la Force totale ou de la partie qui en est conservée ; espace qui seroit infini si elle étoit toujours conservée, quelque finie qu'elle pût être. C'est donc l'espace non parcouru, Bd, CD, DE qui mesure sa partie perduë ou consumée, celle-là même qui fait le complement de la totale, avec celle qui s'est conservée à chaque instant, & qui se seroit conservée de même si le Mouvement eût été uniforme, & s'il eût fait parcourir au mobile l'espace qu'il ne parcourt pas faute d'uniformité.

Il est clair que les espaces bd, CD, DE qui ne sont que l'unité repetée à chaque instant & à chaque degré de vîtesse perdu, sont égaux en nombre aux instans & aux degrés de vîtesse, & par conséquent que leur somme est égale ou proportionnelle à la simple vîtesse initiale du Mouvement retardé ; *mais leur somme est égale à la Force du mobile (ce qui a été demontré ci-dessus) ; donc la Force est proportionnelle à la simple vîtesse, soit qu'on la considere dans un instant particulier de*

son action, soit qu'on la considere dans la somme des instans de sa durée, & de son action totale.

Après une Demonstration aussi nette & Géometrique que celle-ci, on avoit lieu d'esperer que les Partisans de l'opinion contraire se rendroient enfin à une vérité qui leur étoit si clairement expliquée. Mais les noms de Messieurs de Leibnits & Bernoulli sont si célebres qu'il semble qu'on ait tort d'opposer des Demonstrations à leur autorité. Voici de quelle maniere l'Autheur des Institutions de Physique attaque ce qui vient d'être rapporté. *Pour sentir*, dit-il, page 780. *le vice de ce raisonnement, il suffit de considerer l'action de la Pesanteur comme une suite infinie de ressorts égaux qui communiquent leurs Forces en descendant, & que le corps referme en remontant, car alors on verra que les pertes d'un corps qui remonte sont comme le nombre des ressorts; c'est-à-dire comme les espaces parcourus, & non pas comme les espaces non parcourus.*

La comparaison que l'on fait des impressions de la Pesanteur avec les

impreſſions d'une ſuite de reſſorts égaux à quelque choſe de brillant qui éblouït d'abord ; mais quand on examine la choſe de près on y trouve un défaut de parité ſi ſenſible qu'il paroît ſurprenant que M. Bernoulli ait pu s'y laiſſer prendre le premier. Lorſqu'un corps ſe meut en conſéquence des impreſſions toujours égales de la Peſanteur , les eſpaces parcourus d'une impreſſion à l'autre vont en augmentant dans la raiſon des nombres impairs 1. 3. 5. 7. &c. & les temps ſont égaux ; d'où il ſuit que ſi l'on diviſe en eſpaces égaux l'eſpace total qu'un corps doit parcourir pendant un temps déterminé, les impreſſions de la Peſanteur d'un eſpace à l'autre iront en diminuant, & les temps employés à parcourir ces eſpaces égaux diminueront auſſi à meſure qu'ils s'éloigneront de l'origine du Mouvement ; cela eſt inconteſtable dans le Syſtême de Galilée que les Deffenſeurs des Forces Vives reçoivent de même que nous. Si l'on veut donc établir une comparaiſon

juste entre les impressions de la Pesanteur & les impressions d'une suite de ressorts égaux, il faut ou qu'on dise que les espaces parcourus en conséquence des impressions successives des ressorts sont comme les nombres 1. 3. 5. 7. &c. & que les temps employés à les parcourir sont égaux, ou qu'on veüille au contraire que ces espaces soient tous égaux, & que les temps aillent en diminuant de même que les impressions. Mais on ne peut vouloir que les espaces parcourus d'une impression à l'autre augmentent dans la progression des nombres impairs, car M. Bernoulli a demontré lui-même, comme on a vu ci-dessus, que les espaces parcourus par la
Fig. 4. boule *P* en conséquence des impressions des trois ressorts *B N*, sont aux espaces parcourus par la boule *L* en conséquence des impressions des 12 ressorts *A M*, comme 3 à 12, c'est-à-dire, comme les nombres des ressorts ou des impressions faites sur *P*, est au nombre des ressorts ou des impressions faites sur *L*; & cela ne

sçauroit être si ces espaces alloient en augmentant, puisqu'en ce cas les espaces parcourus par *P* seroient aux espaces parcourus par *L*, comme 9 à 144, c'est-à-dire, comme les quarrés des nombres 3 & 12 des impressions, à cause que dans toute progression des nombres impairs 1. 3. 5. 7. &c. la somme de la progression est toujours égale au quarré du nombre qui marque la multitude des termes, & que les nombres qui marquent ici les multitudes des espaces parcourus par *P* & par *L*, sont les nombres 3 & 12 des impressions ou des ressorts. Donc il faut nécessairement qu'on dise que les espaces parcourus d'une impression à l'autre sont des espaces égaux entr'eux, & que les temps employés à les parcourir vont en diminuant, de même que les impressions; mais si les impressions diminuent, il est visible que leur somme, c'est-à-dire les Forces que les corps reçoivent, sont moindres que la somme des Forces égales des ressorts; donc on a tort de soute-

nir que les Forces des corps mûs par des reſſorts ſoient comme ces reſſorts, ni que ces corps en refermant les reſſorts faſſent des pertes qui leur ſoient proportionnelles, puiſque les impreſſions contraires qui ſeroient la cauſe de ces pertes ne ſeroient pas dans la même proportion.

Quel ſera donc le rapport des impreſſions des reſſorts ? Le voici. De même que dans le Mouvement des corps qui tombent, les impreſſions de la Peſanteur ſont égales & les temps auſſi lorſque les eſpaces parcourus d'une impreſſion à l'autre ſont comme les nombres 1. 3. 5. 7. &c. de même auſſi dans le Mouvement des corps pouſſés par une ſuite infinie de reſſorts, les impreſſions ſeront égales & les temps auſſi quand les eſpaces parcourus ſeront dans la même progreſſion. Mais dans le Mouvement des corps qui tombent les ſommes des impreſſions ſont comme les ſommes des temps égaux à la fin d'un temps total, ou comme la vîteſſe acquiſe à la fin de ce temps, ou enfin

comme la racine de l'eſpace total parcouru ; donc dans le Mouvement des corps preſſés par des reſſorts les ſommes des impreſſions à la fin d'un temps total ſont auſſi comme la vîteſſe acquiſe à la fin de ce temps, ou comme la racine de l'eſpace total.

Et il faut obſerver en paſſant que la ſomme des impreſſions n'étant que comme la racine de l'eſpace total, & les reſſorts étant au contraire comme cet eſpace, ou comme la ſomme des eſpaces égaux qui le compoſent, & dont chacun eſt égal à la place qu'occupe le debandement d'un reſſort ; il s'enſuit néceſſairement que s'il a fallu pour une premiere impreſſion l'eſpace du debandement d'un reſſort, il faudra pour une ſeconde impreſſion égale à la premiere, l'eſpace du debandement de trois reſſorts, pour une troiſiéme, l'eſpace du debandement de cinq, & ainſi de ſuite dans la progreſſion des nombres impairs.

Aprés avoir montré que les pertes d'un corps qui remonte ne ſont pas

comme la ſomme des reſſorts, mais ſimplement comme la racine de cette ſomme, il faut encore montrer que ces pertes ſont comme les eſpaces non parcourus, & non pas comme les eſpaces parcourus, ainſi que l'Autheur des Inſtitutions de Phyſique le prétend.

Fig. 11. Suppoſons donc que les corps *A*, *B* étant parvenus en *F* & en *d* remontent avec leurs vîteſſes acquiſes, les reſſorts qu'ils ſeront obligés de ſurmonter en des temps égaux ſeront les mêmes qui leur auront donnés leurs Forces en deſcendant; donc le corps *A* qui dans l'inſtant *FE* parcourroit l'eſpace *F P Q E* s'il ne trouvoit point de reſſort, ſera obligé de perdre l'eſpace *P Q O* égal à l'eſpace *O K P* que les reſſorts qu'il rencontre lui auront fait parcourir en deſcendant, & comme ces reſſorts en lui donnant l'eſpace *O K P* lorſqu'il deſcendoit lui auront donné une vîteſſe capable de parcourir l'eſpace *KPQO* dans un inſtant, de même en remontant la Force de ces mêmes reſſorts

en

en lui ôtant l'eſpace *P Q O* lui ôtera une vîteſſe qui lui feroit parcourir un eſpace égal à *KPQO* dans un inſtant ; ainſi le corps *A* ne pourroit plus parcourir dans l'inſtant *E D* que l'eſpace *EOTD* s'il ne ſe trouvoit point d'obſtacles, mais comme il rencontre encore des reſſorts qu'il faut ſurmonter, il perd l'eſpace *O T N* & une vîteſſe capable de faire parcourir un eſpace double de *O T N* dans un inſtant, & continuant à raiſonner de la même maniere on trouvera que dans les deux autres inſtans le corps *A* aura perdu deux eſpaces *N Y H*, *A G H* égaux aux deux eſpaces précédens, & deux vîteſſes égales aux précédentes. De même le corps *B* aura perdu en remontant deux eſpaces *nhy*, *hgB*, & deux vîteſſes ſemblables & égales à celles que le corps *A* aura perdu. Or ces eſpaces ou ces vîteſſes perdues conſument totalement les deux Forces, & ce ſont les eſpaces perdus qui en periſſant ont fait face aux reſſorts, & les ont fait perir ; donc les Forces perdues ſont comme les eſpaces per-

dus ou non parcourus, & non pas comme les espaces parcourus, puisqu'il est évident que ceux-ci ne sont pas comme les espaces non parcourus. Il semble que l'Autheur des Institutions de Physique auroit dû voir que la Démonstration de M. de Mairan avoit refuté ce qu'il avance ici, avec toute la clarté qu'on pouvoit desirer.

Pour mieux faire voir que ce n'est pas par les espaces plus grands qu'une Force retardée parcourt dans un temps plus grand qu'il faut juger qu'elle est plus grande qu'une autre, M. de Mairan s'exprime ainsi dans un autre endroit de sa Dissertation, page 24. de la premiere édition, & 57. de la seconde : *comme il ne s'ensuit pas de ce que le Mouvement uniforme d'un corps fini qui a une vitesse finie ne cesse jamais ou dure toujours, que la Force Motrice actuelle qui la produit soit infinie, il ne s'ensuit pas non plus à la rigueur que la Force Motrice de ce même corps dans le Mouvement retardé en soit plus grande de ce qu'elle doit durer davantage. Elle n'est*

réellement plus grande que parce qu'elle fait parcourir de plus grands eſpaces en des temps égaux, ou plûtôt ces eſpaces ne ſont plus grands en des temps égaux que parce que la Force eſt plus grande en vertu d'une plus grande vîteſſe; & dans ce cas elle doit durer davantage ou perir plus tard, non pas à la rigueur, parce qu'elle eſt plus grande, car la ſeule raiſon de la maſſe pourroit la rendre telle, mais parce qu'en des temps égaux elle fait parcourir de plus grands eſpaces. C'eſt par là accidentellement qu'elle dure davantage ou perit plus tard: La plus longue durée ſera ſi l'on veut, une indication d'une plus grande vîteſſe, mais non pas un ſecond principe de valeur qui doive multiplier la valeur qu'indique déja la vîteſſe ou les eſpaces parcourus appliqués au temps. Ce ſeroit faire un eſpece de double emploi très-vicieux, meſurer une Force par ſes effets, & par les effets de ſes effets, & toute leur ſuite repandue ſucceſſivement ſur différens eſpaces.

Tout ceci eſt évident & ſe demontre de lui-même, mais les Forces Vives ne s'en accommodent point; il faut donc abſolument prendre le par-

ti d'y trouver à redire, & de le critiquer. *On voit aisement*, dit l'Autheur des Institutions de Physique*, *que dans le Mouvement uniforme supposé éternel, il n'y a nulle destruction de Force; au lieu que lorsque la Force Motrice pendant un temps double a derangé des obstacles quadruples, il y a eu une depense réelle de Force, laquelle n'a pu se faire sans un fonds de Force quadruple; & qu'ainsi ces deux cas ne peuvent se comparer.* S'il pouvoit se faire que la Force Motrice pendant un temps double derangeât des obstacles quadruples, nous ne sçaurions disconvenir qu'il ne fallût un fonds de Force quadruple pour produire un pareil effet; mais si au contraire les obstacles derangés dans des temps doubles ne sont jamais que doubles de même que les espaces parcourus dans le Mouvement uniforme en différens temps sont toujours proportionnels à ces temps, je ne vois pas pourquoi nous ne pourrions comparer les obstacles qui sont derangés par la Force retardée, avec les espaces que la Force uniforme fait par-

* pag. 433.

courir. Or M. de Mairan a demontré que les eſpaces non parcourus dans des temps doubles ſont comme ces temps, & il eſt viſible que ces eſpaces ſont dans la même raiſon que les obſtacles qui les ont empêchés d'être parcourus ; donc il faut ou que l'Autheur des Inſtitutions de Phyſique nous faſſe voir le vice de ſa Démonſtration, ou qu'il convienne lui-même du peu de ſolidité de ſon raiſonnement.

Plus on a pouſſé les Partiſans des Forces Vives par la juſteſſe & la ſolidité des raiſonnemens, plus auſſi ont-ils appellé les expériences à leur ſecours. Les uns, à l'imitation de M. Bernoulli, ne nous parlent que de la Force des reſſorts, & les autres au contraire ne nous entretiennent que des proprietés des corps mous. Nous avons déja refuté les preuves que M. Bernoulli prétend tirer des expériences des chocs des corps élaſtiques ; il ne me reſte donc plus qu'à répondre à ce qu'on nous objecte touchant les corps mous, & c'eſt ce que nous

allons faire en peu de mots.

Fig. 9. Si l'on prend de l'argile *EFGH* dont la consistance soit assez forte pour soutenir un corps qu'on poseroit sur la surface *EF*, & qu'après avoir élevé ce corps à différentes hauteurs *AB*, *CB*, &c. on le laisse tomber à chaque fois, on trouvera toujours que les enfoncemens du corps dans l'argile seront proportionnels aux hauteurs dont il sera tombé; c'est-à-dire, si les hauteurs *AB*, *CB* sont comme 1 à 2, les enfoncemens du corps dans l'argile seront dans la même raison; or ces enfoncemens étant causés par la seule vîtesse acquise par le corps lorsqu'il est parvenu sur la surface *EF*, & la Pesanteur n'y contribuant rien, puisqu'on suppose que cette surface peut en arrêter l'action. Les Partisans des Forces Vives raisonnent ainsi : les enfoncemens sont les effets des Forces du corps, mais les effets sont toujours proportionnels à leurs causes; donc ces enfoncemens sont entr'eux comme les Forces acquises du corps lorsqu'il est parve-

nu en *B* ; mais par l'expérience les enfoncemens ſont comme les hauteurs *AB*, *CB*, & les hauteurs ſont comme les quarrés des vîteſſes acquiſes ; donc les Forces ſont auſſi comme les quarrés des vîteſſes acquiſes. A ce raiſonnement ſpécieux, M. de Mairan répond que les enfoncemens du corps ne pouvant ſe faire ſans deplacer à chaque inſtant des nouvelles parties de l'argile, le Mouvement du corps eſt retardé de la méme façon que s'il remontoit au point d'où il eſt tombé ; & que de même qu'il parcourroit en remontant des eſpaces plus grands, & pendant plus de temps à meſure qu'il ſeroit tombé de plus haut, & pendant un plus long temps ; de même auſſi il s'enfonce plus avant dans l'argile & pendant un temps plus long, lorſque la hauteur dont il eſt tombé ſe trouve plus grande. Mais comme ce ſçavant Géometre, dans la vûë d'éclairer davantage l'eſprit, n'a pas jugé à propos de s'en tenir à la ſeule raiſon tirée de la différence des temps, lorſqu'il s'eſt agi du Mouve-

ment retardé d'un corps qui remonte, & que la conformité qui se trouve entre le Mouvement retardé du corps qui s'enfonce dans l'argile, & du corps qui remonte l'engageoient à se servir des mêmes preuves, voici de quelle maniere il applique ce qu'il a dit au sujet des corps qui remontent, non-seulement aux corps qui s'enfoncent dans des corps mous, mais encore à tous les effets du Mouvement & du choc des corps à ressorts, page 30. de la premiere édition, & 71. de la seconde.

Ce que je dis des espaces non parcourus n'a pas moins lieu à l'égard de tous les autres effets du Mouvement & du choc par rapport aux espaces non parcourus, & nous dirons de même, que ce ne sont pas les parties de matiere deplacées, ni les ressorts bandés ou applatis qui donnent l'estimation & la mesure de la Force Motrice, mais les parties de matiere non deplacées, les ressorts non bandés & non applatis, & qui l'auroient été si la Force Motrice se fût toujours soutenue, & n'eût point souffert de diminution, &c.

Pour en donner un exemple ſoient des impulſions, des obſtacles, ou des réſiſtances quelconques infiniment repetées & placées ſur le chemin A E du Mobile A; telles Fig. 10. *par exemple que les particules de matiere* 1. 2. 3. 4. 5. *&c. ou des lames de reſſort à deplacer, à abbatre, à ſoulever, ou à bander. Il eſt évident que ſi le Mobile avec un degré de vîteſſe & de Force peut en ſoulever deux en un inſtant par un Mouvement uniforme, c'eſt-à-dire, en conſervant ou en reprenant toujours toute ſa Force & toute ſa vîteſſe après avoir ſoulevé la premiere, & qu'au contraire il n'en puiſſe ſoulever qu'une par un Mouvement retardé, toute ſa Force & toute ſa vîteſſe s'étant conſumée à ſoulever ou à bander la premiere, il eſt, dis-je, évident que le Mobile A ayant deux degrés de Force & autant de vîteſſe ſouleveroit ou banderoit quatre de ces lames de reſſort dans un inſtant par un Mouvement uniforme. Mais il perd dans cet inſtant & en bandant les premiers reſſorts un degré de ſa Force & de ſa vîteſſe; & un degré de Force & de vîteſſe perdue donne par hypotheſe une lame de moins ſoulevée, ou bandée; donc il n'en bandera que trois*

au premier instant ; sçavoir , 1. 2. 3. & il s'en faudra la lame 4 & l'espace C D qu'il ne fasse ce qu'il auroit fait s'il n'eût rien perdu. Cependant comme il lui reste encore un degré de Force & de vîtesse qui lui feroient soulever deux lames 4 , 5 , & parcourir le chemin CDE en un second instant, si son Mouvement demeuroit uniforme , il doit continuer de se mouvoir & d'agir contre les résistances qui s'opposent à son Mouvement ; mais au lieu de deux il n'en doit surmonter qu'une lame 4 D , à cause que son Mouvement y est retardé , & que sa Force se trouve totalement éteinte. Ce qui fera en tout quatre portions de matiere deplacées , ou 4 ressorts bandés en vertu de deux degrés de Force résultante de deux degrés de vîtesse , & de l'action totale qui a duré deux instans. J'appellerai donc portions de matiere non deplacées , ressorts non soulevés, non bandés , *& en général* obstacles non surmontés , *tous ceux qui ne l'ont point été faute d'uniformité & de perseverance dans la Force du Mobile ; sçavoir , 4D dans le premier instant, 5E dans le second , &c. quoiqu'ils puissent être censés surmontés par la Force contrai-*

re dont les impreſſions redoublées peuvent enfin arrêter entierement le Mobile.

C'eſt ici où l'Autheur des Inſtitutions de Phyſique paroît triompher par la façon dont il attaque ce raiſonnement. *Dans les obſtacles ſurmontés*, dit-il page 430. *Comme les deplacemens de matiere, les reſſorts fermés, &c. on ne peut réduire même par voye d'hypotheſe ou de ſuppoſition le Mouvement retardé en uniforme, comme M. de Mairan l'avance dans ſon Memoire, & quelque eſtime que j'aye pour ce Philoſophe, je ne crains point d'avancer qu'il dit ici une choſe impoſſible; car il eſt auſſi impoſſible qu'un corps avec la Force néceſſaire pour fermer 4 reſſors en ferme 6, (quelque ſuppoſition que l'on faſſe) qu'il eſt impoſſible que 2 & 2 faſſent 6. Si l'on ſuppoſe avec M. de Mairan que le corps n'auroit conſumé aucune partie de ſa Force pour fermer 4 reſſorts dans la premiere ſeconde d'un Mouvement uniforme; je dis que les 4 reſſorts ne ſeroient point fermés, ou qu'ils le ſeroient par quelqu'autre agent; que ſi on ſuppoſe au contraire qu'ayant épuiſé une partie de ſa Force à former les trois premiers reſſorts dans la*

premiere ſeconde, & n'ayant plus que la Force capable de lui faire fermer un reſſort dans la deuxiéme ſeconde, le corps reprendroit une partie de ſa Force pour en fermer deux dans la deuxiéme ſeconde par un Mouvement uniforme (car il faut faire l'une ou l'autre de ces ſuppoſitions); on ſuppoſe dans le dernier cas que le corps a renouvellé ſa Force, ce qui ſort entierement de la queſtion. Ainſi il n'eſt point vrai que la Force totale d'un corps ſoit repréſentée par ce qu'elle eût fait ſi elle ne ſe fût point conſumée, car elle ne pouvoit jamais faire un effet plus grand que celui qui l'a détruite, & elle ne contenoit en puiſſance que ce qu'elle a deployé dans l'effet produit.

Il n'y a qu'à lire l'endroit de la Diſſertation de M. de Mairan que j'ai rapporté pour voir qu'on n'attaque qu'un vain phantôme bien éloigné de la réalité. De quelque matiere que l'on traite il eſt toujours permis de faire telle ſuppoſition que l'on voudra, poſſible, ou impoſſible, pourvu que les conſéquences que l'on en tire ſe trouvent renfermées dans les bornes de la poſſibilité. Que

M. de Mairan ſuppoſe qu'un corps qui ſe meut d'un Mouvement uniforme, & qui rencontre des obſtacles ſur ſes pas reprenne toute ſa Force à chaque obſtacle qu'il renverſe, on ne ſçauroit le trouver mauvais ſans être de mauvaiſe humeur ; chaque obſtacle dans cette ſuppoſition ſera renverſé par la partie que le corps perdra de ſa Force, & le Mouvement de ce corps ſera cependant uniforme en vertu de la reproduction de la partie perdue qui ſe fera dans l'inſtant ; ce ſeroit uniquement vouloir le chicanner que de dire que ces obſtacles ou reſſorts ne ſeroient point fermés, ou qu'ils le ſeroient par quelqu'autre agent. Mais ſi après cette ſuppoſition M. de Mairan concluoit qu'un corps qui conſume toute ſa Force à détruire quatre obſtacles pourroit ne la conſumer qu'après en avoir détruit ſix ou huit, dès-lors le vice du raiſonnement ſeroit manifeſte, & quelqu'eſtime que l'on ait pour ce Philoſophe, on ne craindroit point d'avancer que ſon ſentiment

feroit faux. Or M. de Mairan eſt trop éclairé pour donner dans des parallogiſmes de cette nature. Un corps qui conſume ſa Force à fermer quatre reſſorts, n'en fermera jamais ſix en agiſſant ſelon les mêmes loix ; cela eſt indubitable, & le contraire eſt auſſi impoſſible qu'il eſt impoſſible que 2 & 2 faſſent ſix. Mais il eſt ſûr auſſi que ſi ce corps pouvoit reprendre toute ſa Force à chaque reſſort qu'il ferme, il pourroit en fermer huit dans un temps égal à celui qu'il a employé à en fermer quatre lorſque ſa Force ſe conſumoit, & c'eſt uniquement ce que M. de Mairan a prétendu, & ce qu'il a pu prétendre conformément à la Doctrine de Galilée. Or c'eſt de ce raiſonnement que l'on ne ſçauroit éluder que ce ſçavant Géometre tire la ſolution de la Diſpute. Le corps *B* avec 1 de Force & 1 de vîteſſe uniforme pourroit dans une ſeconde fermer deux reſſorts 1, 2, s'il pouvoit reprendre ſa Force après avoir renverſé le premier, mais avec 1 de Force & 1 de vîteſſe retardée il

ne ferme qu'un reſſort dans une ſeconde. De même le corps *A* égal à *B* ayant deux de Force & deux de vîteſſe uniforme pourroit fermer 4 reſſorts dans une ſeconde, s'il pouvoit reprendre toute ſa Force à meſure qu'il ferme chaque reſſort, mais avec deux de Force & deux de vîteſſe retardée il ne ferme dans une ſeconde que 3 reſſorts, & il perd un degré de vîteſſe; il eſt évident qu'à la fin de la premiere ſeconde le corps *A* ſe trouvant dans le cas où étoit le corps *B* au commencement de la premiere ſeconde, pourroit fermer deux reſſorts dans la deuxiéme ſeconde ſi la vîteſſe 1 & la Force 1 qui lui reſte à la fin de la premiere pouvoit ſe conſerver ſans rien perdre, & qu'au contraire ſa Force s'affoibliſſant il ne fermera qu'un reſſort dans la deuxiéme ſeconde. Or puiſque le corps *A* en conſervant toute ſa Force comme il a été dit, auroit fermé ſix reſſorts dans deux ſecondes, c'eſt-à-dire, quatre dans la premiere ſeconde ſi ſa vîteſſe 2 s'étoit conſervée, & deux à la

deuxiéme seconde si sa vîtesse 1 eût été uniforme, & que le Mouvement retardé par les pertes qu'il fait ne lui permet de fermer dans ces deux mêmes secondes que 4 ressorts, il s'ensuit qu'il a perdu une quantité de Force qui lui auroit fait fermer encore deux ressorts; par la même raison on trouvera que le Mouvement retardé du corps *B* lui à fait perdre une quantité de Force, avec laquelle il auroit fermé encore un ressort dans la premiere seconde. Mais les pertes que les deux corps ont faites sont la cause de leur destruction, & les causes sont proportionnelles aux effets; donc les pertes 2 & 1 sont comme les Forces des corps *A*, *B*, & par conséquent les Forces des corps *A*, *B* sont comme les ressorts non fermés, & qui l'auroient été si les corps avoient pû conserver dans chaque seconde la vîtesse qu'ils avoient au commencement de cette seconde.

Il faut observer ici que M. de Mairan ne dit point que le corps *A* à la fin de la premiere seconde, n'ait plus qu'une

qu'une Force uniforme capable de lui faire fermer un reſſort dans la deuxiéme ſeconde, mais que ce corps ayant encore 1 degré de vîteſſe & 1 de Force, pourroit dans la deuxiéme ſeconde fermer deux reſſorts ſi ſon Mouvement ne ſe retardoit point ; ce qui eſt bien différent de ce que l'Autheur des Inſtitutions de Phyſique ſemble vouloir lui faire dire pour avoir droit d'en conclure qu'il ſort de la queſtion.

Il faut encore obſerver que quoique les obſtacles que le corps *A* ſurmonte ſoient tous égaux entr'eux, cependant les Forces qu'ils deployent contre ce corps ne ſont pas égales. Car les eſpaces *A* 1, 12, 23, &c. ſur leſquels on doit concevoir que les obſtacles 1. 2. 3. &c. ſont repandus, étant tous égaux entr'eux, le corps *A* employe plus de temps à parcourir le ſecond qu'à parcourir le premier, à cauſe que ſa Force diminuant, ſa vîteſſe diminue. Ainſi l'obſtacle 1 ſéjourne moins de temps ſur le corps *A* que l'obſtacle 2, & par

conſéquent il lui ôte une moindre vîteſſe. Par la même raiſon l'obſtacle 2 ôte au corps *A* une vîteſſe moins grande que celle que le troiſiéme lui ôte, & ainſi des autres. Or comme nous ſuppoſons que les trois premiers reſſorts ou obſtacles détruiſent un degré de Force & de vîteſſe, & que le quatriéme détruit un autre degré de Force & de vîteſſe, il s'enſuit que les réſiſtances des trois premiers obſtacles priſes enſemble ſont égales à la réſiſtance du quatriéme; & ceci va me ſervir à répondre à une objection qu'on pourroit me faire ſur ce que j'ai dit ci-deſſus touchant les corps qui remontent avec leur vîteſſe acquiſe à la fin de leur chûte.

Fig. 13. Suppoſé, me dira-t-on, que le corps *A* remonte de *D* vers *A* avec la vîteſſe acquiſe par ſa chûte à la fin de deux ſecondes *AC*, *CD*, ce corps parcourroit dans une ſeconde un eſpace *DEMC* quadruple de l'eſpace *ACH*, ſi la Peſanteur n'agiſſoit plus ſur lui. Mais comme la Peſanteur s'oppoſe à ſon paſſage, il ne parcour-

ra dans la premiere seconde en remontant qu'un espace *DEHC* triple de l'espace *CHA* qu'il parcourra pendant la deuxiéme seconde ; or vous avez dit, ajoutera-t-on, que ce corps ne rencontrera qu'un obstacle dans la premiere seconde, non plus que dans la deuxiéme ; donc ou il faut que M. de Mairan ne mette qu'un obstacle dans la premiere seconde, ou que vous en mettiez trois au lieu d'un.

Je répons à cela que lorsque j'ai dit que le corps *A* ne rencontroit qu'un obstacle à chaque temps de son Mouvement, j'ai entendu l'obstacle total qui répondoit à l'espace total parcouru à la fin de chaque temps ; car il est sûr que ces obstacles totaux sont des résistances qui se trouvent égales à la fin des temps égaux, c'est-à-dire, qui détruisent des degrés égaux de vîtesses. Mais cela n'empêche pas qu'on ne puisse dire qu'il y a trois obstacles qui répondent aux trois espaces égaux qui composent l'espace total *DEHC* parcouru en remontant dans la pre-

miere ſeconde, car la Peſanteur agiſſant toujours ſur le corps pendant qu'il tend à parcourir les quatre eſpaces compris dans *DEMC*, & trouvant plus de vîteſſe au corps *A* pendant le premier eſpace, elle fait moins d'impreſſion ſur lui qu'elle n'en fait pendant le ſecond, où la vîteſſe eſt diminuée, & par la même raiſon elle en fait moins pendant le ſecond qu'elle n'en fait pendant le troiſiéme; ainſi ces différentes impreſſions peuvent être regardées comme différens obſtacles égaux en eux-mêmes, mais qui réſiſtent plus ou moins, à proportion de la durée de leur réſiſtance, ou du ſéjour qu'ils font ſur le corps, lequel employe plus de temps à parcourir un eſpace à meſure que ſa vîteſſe diminue par la réſiſtance que l'obſtacle précédent lui à fait; mais ces trois obſtacles enſemble n'ôtant à la fin de l'eſpace *DEHC* qu'un degré de vîteſſe, de même que l'obſtacle du ſecond inſtant *CA* n'en ôte qu'un, la réſiſtance des trois premiers obſtacles eſt

égale à la résistance du quatriéme.

On voit ici le parfait rapport qui se trouve entre le Mouvement retardé par la Pesanteur, & le Mouvement retardé par des obstacles surmontés, comme les deplacemens de matiere dans les enfoncemens, les ressorts fermés dans le choc des corps élastiques, &c. Dans le Mouvement retardé par la Pesanteur, les résistances de cette Pesanteur vont en augmentant dans les espaces égaux que le corps parcourt, quoique la Pesanteur soit toujours la même, & cependant ces résistances dans des temps égaux font perdre des vîtesses égales. De plus, ces vîtesses perduës à la fin du Mouvement sont la mesure des Forces, & non pas les espaces parcourus; tout cela a été demontré par M. de Mairan, de façon qu'il n'est pas possible de refuter son raisonnement : on l'a vu ci-dessus. Or dans les enfoncemens de matiere, ou dans le choc des corps élastiques les obstacles qu'il faut deplacer, ou les ressorts qu'il faut fermer dans des espa-

ces égaux sont égaux entr'eux, de même que la Pesanteur est égale à elle-même; car nous supposons que dans les enfoncemens les couches de matiere qu'il faut deplacer sont homogenes, & que dans le choc des corps élastiques les ressorts à fermer sont égaux; donc puisque la Pesanteur dans des espaces égaux fait des résistances d'autant plus grandes que les espaces s'éloignent davantage du premier espace, & que cependant ces résistances dans des temps égaux ne font perdre au corps que des vîtesses égales; il s'ensuit que les couches égales de matiere qu'il faut deplacer dans les enfoncemens, & les ressorts égaux qu'il faut fermer dans le choc des corps durs doivent faire des résistances, & retrancher des vîtesses proportionnelles aux résistances de la Pesanteur, & aux vîtesses qu'elle retranche dans des temps égaux, car les causes étant proportionnelles, les effets doivent l'être aussi; & par conséquent il s'ensuit que puisque la quantité des Forces

éteintes par la Pesanteur doit s'estimer par les vîtesses éteintes, ou par les espaces non parcourus, lesquels sont entr'eux comme les vîtesses acquises, & non pas comme les quarrés des vîtesses, la quantité des Forces éteintes par les deplacemens de matiere, ou par des ressorts, doit s'estimer aussi par les vîtesses éteintes, ou par les couches de matiere non deplacées, ou les ressorts non fermés, & qui l'auroient été si le corps avoit pu conserver toute sa Force.

On ne peut mieux montrer jusqu'où va la prévention des Partisans des Forces Vives qu'en faisant voir l'erreur où M. Wolf est tombé. Ce Géometre célebre par ses sçavans Ecrits demontre dans sa Méchanique que dans le choc de deux corps à ressorts, soit que l'un soit en repos, ou que tous les deux se meuvent dans un même sens, ou dans un sens contraire, les quarrés des vîtesses après le choc multipliés par les masses sont égaux aux quarrés des vîtesses avant

le choc multipliés par les masses. Cette proposition est vraye, quelque supposition que l'on fasse, pourvu que l'on ne veüille point avoir égard aux directions contraires des vîtesses, c'est-à-dire, pourvu qu'on ne veüille point retrancher le Mouvement qui va d'un sens, de celui qui va d'un sens opposé, comme font les Cartesiens. Les Formules Algebriques nous en assûrent, & ces Formules ne sçauroient nous tromper. Mais que conclure de là ? *C'est*, dit M. Wolf, *qu'il y a toujours une même quantité de Forces Vives avant & après le choc.* Or c'est ici où est l'erreur. Il est certain qu'il y a toujours une même quantité de Mouvement avant & après le choc en ne prenant pour Mouvement que celui qui est dans la direction du corps qui avoit le plus de Force avant le choc, & en retranchant de ce Mouvement celui qui s'y trouveroit opposé après le choc. Les Deffenseurs des Forces Vives en conviennent avec ceux qui sont du parti contraire. Mais qu'il y ait une même quantité

quantité de Forces agiſſantes en négligeant les différentes directions, cela ne ſçauroit être, parce que dans ce ſens il arrive toujours que la quantité de Mouvement après le choc ſe trouve plus grande que la quantité de Mouvement avant le choc. Comme la plûpart des expériences qu'on rapporte en faveur des Forces Vives ſuppoſent que le corps choqué ſoit en repos avant le choc ; tout ce que nous allons dire roulera ſur cette ſuppoſition.

Soient donc les corps *A*, *B*, dont le premier *A* ſe meut ſelon la direction *AB* ſur un plan extrêmement poli, & le ſecond *B* eſt en repos ſur ce plan. Je nomme *M* la maſſe du corps *A*, *V* ſa vîteſſe, & *m* la maſſe du corps *B*. Tout le monde convient que ſi ces deux corps ne ſont pas élaſtiques ils ſe mouvront tous les deux après le choc dans la même direction avec une vîteſſe commune exprimée par $\frac{MV}{M+m}$; multipliant donc cette vîteſſe d'une part par la Fig. 14.

L.

maſſe de *A*, & de l'autre par la maſſe de *B*, la quantité de Mouvement de *A* après le choc ſera $\frac{MMV}{M+m}$, & celle de *B* ſera $\frac{mMV}{M+m}$; c'eſt pourquoi ajoutant ces deux quantités enſemble, la ſomme ſera $\frac{MMV}{M+m} + \frac{mMV}{M+m} = MV$; or la quantité de Mouvement avant le choc étoit auſſi MV; donc il ſe trouve après le choc une quantité de Mouvement égale à la quantité de Mouvement avant le choc.

Suppoſons maintenant que les deux corps ſoient élaſtiques, on convient encore que la vîteſſe de *A* après le choc ſera $\frac{MV - mV}{M+m}$, & celle de *B* $\frac{2MV}{M+m}$; d'où l'on voit que ſi M eſt plus grand que m, le corps *A* après le choc ſuivra ſa premiere direction, & ira moins vîte que *B*, & que ſi M eſt moindre que m, le corps *A* rebrouſſera chemin, à cauſe que ſa vîteſſe $\frac{MV - mV}{M+m}$ ſera négative. Multi-

pliant donc ces deux vîtesses par leur masses, la quantité de Mouvement de B après le choc sera $\frac{2mMV}{M+m}$, & celle de A sera $\frac{MMV-mMV}{M+m}$, si sa direction est la même que celle de B, & $\frac{mMV-MMV}{M+m}$ si sa direction est opposée à la direction de B. C'est pourquoi ajoutant ensemble ces deux quantités lorsqu'elles ont la même direction, ou retranchant la quantité de Mouvement de A de celle de B lorsque les directions sont contraires, la somme ou le reste sera pour l'un & l'autre cas $\frac{2mMV-mMV+MMV}{M+m}=MV$. Or MV est la quantité de Mouvement de A avant le choc; donc il y a encore ici même quantité de Mouvement avant & après le choc; & cela arrivera toujours toutes les fois qu'on ne prendra pour quantité de Mouvement après le choc que celle qui est selon la direction du corps A, & qu'on en retranchera celle qui pourroit lui être opposée.

Pour fixer notre imagination dans ces deux cas ſuppoſons d'abord $M=3$, $V=2$, & $m=2$, la vîteſſe de A après le choc ſera $\frac{MV-mV}{M+m}$ $=\frac{6-4}{5}=\frac{2}{5}$, & celle de B ſera $\frac{2MV}{M+m}=\frac{12}{5}$; multipliant donc ces vîteſſes par leur maſſes, la quantité de Mouvement de A après le choc ſera $\frac{6}{5}$, & celle de B ſera $\frac{24}{5}$; ainſi ajoutant ces deux quantités enſemble à cauſe qu'elles ſont dans la même direction, leur ſomme ſera $\frac{30}{5}$; or la quantité de Mouvement avant le choc eſt $3\times 2=6=\frac{30}{5}$; donc cette quantité eſt égale à la quantité de Mouvement après le choc.

Pour le ſecond cas ſuppoſons $M=2$, $V=2$, & $m=3$, la vîteſſe de A après le choc étant négative ſera $\frac{mV-MV}{M+m}=\frac{2}{5}$; c'eſt-à-dire, A rebrouſſera chemin avec $\frac{2}{5}$ de vîteſſe, & celle de B ſera $\frac{2MV}{M+m}=\frac{8}{5}$; multipliant donc ces vîteſſes par leur maſſes la

quantité de Mouvement de *A* après le choc ſelon la direction contraire ſera $\frac{4}{5}$, & celle de *B* ſelon la direction primitive ſera $\frac{24}{5}$. Ainſi retranchant la quantité de Mouvement de *A* de la quantité de Mouvement de *B*, la quantité de Mouvement qui reſtera ſelon la direction primitive ſera $\frac{24}{5} - \frac{4}{5} = \frac{20}{5} = 4$. Or la quantité de Mouvement de *A* avant le choc eſt $2 \times 2 = 4$; donc cette quantité eſt égale à celle qui ſe trouve après le choc.

Les Deffenſeurs des Forces Vives nous accordent aiſément tout ceci dans le ſens que je viens d'expliquer, mais comme dans le ſecond cas le corps *A* ne laiſſe pas que d'avoir un vrai Mouvement, quoique ſa direction ſoit dans un ſens oppoſé à celle du corps *B*, & que dans ce ſens il y a une plus grande quantité de Mouvement après le choc qu'avant le choc, ce qui ne peut provenir que d'une augmentation de Force qui ſe fait dans l'inſtant du choc, ils prétendent qu'au lieu de dire que les Forces

agiſſantes ſont ici proportionnelles aux quantités de Mouvement comme on l'a toujours crû, il faut dire au contraire qu'elles ſont entr'elles comme les quarrés des vîteſſes multipliés par les maſſes, tandis que les quantités de Mouvement ne ſont que comme les maſſes multipliées par les vîteſſes, & cela par la raiſon que dans tous les cas il ſe trouve toujours que les quarrés des vîteſſes après le choc multipliés par les maſſes ſont égaux aux quarrés des vîteſſes avant le choc multipliés par les maſſes. Mais ce raiſonnement ne conclut rien, & c'eſt ce que nous allons faire voir.

Dans le Mouvement uniforme les Forces des corps en Mouvement ſont entr'elles comme les maſſes multipliées par les vîteſſes, ou par les eſpaces parcourus dans des temps égaux; *le temps eſt à conſiderer*, dit l'Autheur des Inſtitutions de Phyſique*, *dans les occaſions dans leſquelles pendant un plus long temps il peut y avoir un plus grand effet produit comme dans le Mouvement uniforme, car alors l'eſpace total*

* page 425.

parcouru qui est le seul effet produit sera plus ou moins grand, selon que le Mouvement du corps sera continué plus ou moins de temps. Or ce principe posé, voici comme je raisonne.

Le corps *A* avant le choc se meut d'un Mouvement uniforme, puisque nous supposons qu'il est sur un plan bien poli exempt de frottement, & que nous faisons abstraction de la résistance de l'air. Donc la Force du corps *A* avant le choc est comme le produit de sa masse par sa vitesse. De même les corps *A*, *B* après le choc se meuvent d'un Mouvement uniforme, car nous ne voyons rien après le choc qui augmente ou diminue les vîtesses que le choc leur a données; donc les Forces de ces corps sont aussi comme les produits de leur masses par leur vîtesses, & par conséquent il n'est point vrai de dire, comme M. Wolf le prétend, que les Forces des corps à ressort avant ou après le choc soient comme les quarrés des vîtesses multipliés par les masses, quoiqu'il soit vrai que les produits des quarrés

des vîteſſes par les maſſes ſoient égaux avant & après le choc.

Mais d'où vient cette multiplication de Forces dans les corps à reſſort lorſqu'après le choc ils ſuivent des directions contraires ? Elle vient uniquement de leur élaſticité qui les rend capables d'être comprimés & de ſe retablir, & non pas de quelque différence qui ſe trouve dans les Forces Motrices lorſqu'elles mettent en Mouvement des corps qui ſont élaſtiques ou qui ne le ſont pas. Supposons le corps $A = M = 2$, ſa vîteſſe $V = 2$, & $B = m = 3$, ſi ces deux corps ne ſont pas élaſtiques leur vîteſſe commune après le choc ſera $\frac{MV}{M+m} = \frac{4}{5}$; donc la quantité de Mouvement de A après le choc ſera $\frac{8}{5}$, & celle de B $\frac{12}{5}$, & ajoutant enſemble ces deux quantités la ſomme ſera $\frac{20}{5} = 4$, & par conſéquent cette ſomme ſera égale à la quantité de Mouvement $2 \times 2 = 4$ du corps A avant le choc.

Maintenant ſuppoſons que ces

corps deviennent élaſtiques, & que *A* = 2 avec la vîteſſe 2 choque *B* = 3 qui eſt en repos. La Force de *A* avant le choc ſera encore 4 puiſque ſon Mouvement eſt uniforme ; ainſi ſi nous ne faiſons attention qu'au Mouvement communiqué par la Force Motrice les deux corps *A*, *B* après le choc iroient ſelon la même direction avec une vîteſſe commune égale à $\frac{4}{5}$, mais comme l'élaſticité de ces corps leur donne la Force de ſe comprimer mutuellement & de ſe redreſſer, Force qui ne vient point de la Force Motrice, & qui en eſt même tout-à-fait indépendante, il arrive, comme tout le monde en convient, que cette Force de reſſort agit avec la vîteſſe primitive 2 qu'elle diſtribue aux deux corps reciproquement à leur maſſes, c'eſt-à-dire, que ſi on partage la vîteſſe 2 ou $\frac{10}{5}$ en deux parties $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{5}$ qui ſoient entr'elles comme les maſſes 2, 3, le corps *B* reçoit la partie $\frac{4}{5}$, laquelle jointe à $\frac{4}{5}$ que le Mouvement de *A* lui communique indépendamment du reſſort fait $\frac{8}{5}$ de

vîteſſe pour le corps *B*, & le corps *A* reçoit $\frac{6}{5}$, mais dans une direction contraire, à cauſe que c'eſt en conſéquence de la reaction du corps *B* qu'il reçoit cette vîteſſe. Or indépendamment du reſſort le corps *A* après le choc à $\frac{4}{5}$ de vîteſſe ſelon la direction primitive; donc les $\frac{6}{5}$ qu'il reçoit de la Force du reſſort ſelon la direction contraire détruiſent ces $\frac{4}{5}$, & il lui reſte $\frac{2}{5}$ de vîteſſe ſelon la direction contraire; c'eſt pourquoi multipliant les maſſes par les vîteſſes la quantité de Mouvement de *A* après le choc ſera $2 \times \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$, & celle de *B* ſera $3 \times \frac{8}{5} = \frac{24}{5}$; donc ſi l'on n'a pas égard à la difference des directions la ſomme des quantités de Mouvement après le choc ſera $\frac{28}{5}$, & par conſéquent cette ſomme ſera plus grande que la quantité de Mouvement $4 = \frac{20}{5}$ du corps *A* avant le choc; & cette augmentation de quantité de Mouvement ou de Force ne viendra pas de la Force Motrice qui n'eſt que comme 4, mais uniquement de la reaction des reſſorts.

Il eſt vrai que ſi l'on fait le quarré $\frac{64}{25}$ de la vîteſſe $\frac{8}{5}$ de *B* après le choc, & qu'on le multiplie par la maſſe 3, ce qui donne $\frac{192}{25}$, & qu'après avoir multiplié le quarré $\frac{4}{25}$ de la vîteſſe $\frac{2}{5}$ de *A* près le choc par la maſſe 2, ce qui donne $\frac{8}{25}$, on ajoute $\frac{192}{25}$ à $\frac{8}{25}$, la ſomme ſera $\frac{200}{25} = 8$, & par conſéquent ſera égale au quarré 4 de la vîteſſe de *A* multiplié par ſa maſſe 2; mais cela ne fait rien en faveur des Forces Vives, puiſque nous avons fait voir que les Forces agiſſantes de *A* & *B* ne ſont pas comme les quarrés des vîteſſes multipliés par les maſſes, mais ſimplement comme les maſſes multipliées par les vîteſſes.

M. Herman ayant fait une expérience dans laquelle la maſſe du corps élaſtique choquant *A* étoit $=1$, ſa vîteſſe 2, & la maſſe du corps élaſtique *B* qui étoit en repos avant le choc étoit $=3$, il s'eſt trouvé néceſſairement que la vîteſſe de l'un & l'autre corps *A*, *B* après le choc a été $=1$, il eſt facile de le juſtifier en appliquant à ce cas les formules que

nous avons rapportées. Or comme le quarré de 1 n'eſt pas différent de 1, il eſt arrivé encore que la Force de *A* après le choc a dû être 1, & celle de *B* a dû être 3, ſoit qu'on veuille que ces Forces ſoient entr'elles comme les vîteſſes multipliées par les maſſes, ou qu'elles ſoient comme les maſſes multipliées par les quarrés des vîteſſes ; l'Autheur des *Inſtitutions de Phyſique* remarque page 435. que ceci eſt vrai, *de l'aveu même de ceux qui refuſent d'admettre les Forces Vives*, & nous n'aurions garde de le deſavouer. Mais que s'enſuit-il de ceci. Le calcul & l'expérience nous diſent que le corps *A* & le corps *B* ont chacun 1. de vîteſſe, mais ni l'un ni l'autre ne nous dit ſi pour meſurer les Forces agiſſantes, cet 1 doit être regardé ſimplement comme 1, ou s'il faut le prendre comme 1 élevé au quarré, & par conſéquent cette ſeule expérience ne peut pas plus autoriſer les Partiſans des Forces Vives à ſoutenir que les Forces agiſſantes des corps *A*, *B* après le choc ſont comme les maſſes multi-

pliées par les quarrés des vîtesses, qu'elle ne nous donneroit droit de dire que ces Forces sont comme les produits des vîtesses par les masses, si nous n'avions pas d'autres preuves à apporter de cette vérité.

Supposons en effet qu'un Géometre peu éclairé s'appuyant sur cet exemple osât avancer que quoique les Forces après le choc soient comme les masses multipliées par les vîtesses, ou comme les quantités de Mouvement, il arrive cependant que la somme de ces Forces est égale au quarré de la vîtesse de *A* avant le choc multiplié par sa masse par la raison qu'il se trouve dans cet exemple que la somme 1 + 3 = 4 des Forces après le choc est égale au quarré 4 de vîtesse 2 de *A* avant le choc multiplié par sa masse 1; il est certain qu'un hypothese si chimerique seroit bientôt renversée, & qu'il suffiroit pour cela de faire voir à son Autheur que ce n'est ici qu'un cas particulier qui se trouveroit contredit par tous les autres cas ou l'on changeroit la vîtesse

ou le rapport des maſſes. Suppoſons, par exemple, $A=2$, $V=2$, & $B=3$, dès-lors la Force de *A* après le choc feroit $\frac{4}{5}$, & celle de $B=\frac{24}{5}$, comme on a vu ci-deſſus, & par conſéquent leur ſomme $\frac{28}{5}$ ne feroit pas égale au quarré 4 de la vîteſſe de *A* multiplié par ſa maſſe 2, ce qui feroit $8=\frac{40}{5}$, & il en feroit de même d'une infinité d'autres ſuppoſitions.

Je conviens que les Partiſans des Forces Vives peuvent répondre que dans le cas de M. Herman, comme dans tous les autres, les quarrés des vîteſſes après le choc multipliés par les maſſes ſont égaux à la maſſe de *A* multipliée par le quarré de la vîteſſe primitive; mais de quoi cette réponſe peut-elle leur ſervir? Le principe ſur lequel ils ſe fondent eſt certain & inconteſtable, c'eſt une proprieté eſſentielle au choc des corps à reſſorts que les quarrés des vîteſſes après le choc multipliés par les maſſes ſont égaux au quarré de la vîteſſe primitive du corps choquant multiplié par ſa maſſe, & cette proprieté vient de

l'élasticité des corps, puisqu'on ne voit jamais rien de semblable lorsque les corps ne sont pas élastiques. Il faudroit renoncer aux Formules reçues de tous les Sçavans pour disconvenir de cette vérité, mais s'ensuit-il de là que les Forces Motrices ou agissantes soient comme les masses multipliées par les quarrés des vîtesses? Je ne le vois pas, & l'on ne viendra jamais à bout de le demontrer. A la vérité ce n'est que par le Mouvement que la Force du ressort se manifeste, & par conséquent il faut que les Forces Motrices agissent, afin que nous puissions juger si les corps sont élastiques, & jusqu'à quel point ils le sont. Mais comme cela ne nous dit autre chose, sinon que les Forces Motrices sont des causes occasionnelles, ou, si l'on aime mieux, des conditions sans lesquelles le ressort n'agiroit point, & que tous les Physiciens sçavent bien que ces conditions ne sont pas des causes efficientes, il reste toûjours aux Deffenseurs des Forces Vives à nous donner les fondemens

de leurs prétentions. Ce n'eſt point à des expériences réiterées que nous croyons devoir nous en tenir, ces expériences avec quelque ſoin qu'elles ſoient faites ne nous montrent que des effets, & ces effets nous diront toûjours que les quarrés des vîteſſes après le choc multipliés par les maſſes ſont égaux à la maſſe du corps choquant multipliée par le quarré de ſa vîteſſe, nous le ſçavons ſans avoir beſoin d'en être plus certains; qu'on nous montre donc auſſi que les Forces Motrices ſont entr'elles dans cette raiſon, & nous n'aurons plus rien à repliquer.

J'ai déja demontré en pluſieurs endroits de cet Ouvrage que les Forces Motrices & agiſſantes ſont toûjours proportionnelles aux quantités de Mouvement, & que par conſéquent elles ne ſçauroient être dans le rapport des quarrés des vîteſſes multipliés par les maſſes; mais afin qu'on ne diſe point que je paſſe trop legerement ſur la diſtinction qu'on veut mettre entre le rapport des Forces agiſſantes

agiſſantes & celui des quantités de Mouvement, voici une nouvelle preuve qui achevera de faire voir l'inutilité de cette diſtinction.

Suppoſons que deux boules élaſtiques d'égales maſſes ſoient ſur un plan horizontal bien poli, & d'une étendue infinie, & que tandis qu'une perſonne pouſſe l'une avec 2 de vîteſſe, une autre perſonne pouſſe l'autre avec 1 de vîteſſe. Il eſt certain que le Mouvement de ces boules étant uniforme, puiſque nous ſuppoſons que ces perſonnes après les avoir pouſſées ne leur donnent plus de nouvelles impreſſions, que le plan eſt exempt de frottement, & que nous faiſons abſtraction de la réſiſtance de l'air; il eſt certain, dis-je, que les eſpaces parcourus dans des temps égaux par ces corps ſeront la meſure de leurs quantités de Mouvement, & en même-temps de leurs Forces agiſſantes. L'Autheur des Inſtitutions de Phyſique nous en aſſure lui-même en nous diſant que le temps eſt ici à conſiderer à cauſe que les eſpaces par-

courus ſont les ſeuls effets produits, ainſi qu'on a vu ci-deſſus par le paſſage que nous avons rapporté de cet Autheur. Donc la perſonne qui aura pouſſé la premiere boule n'aura fait qu'un effort double de celui qu'aura fait la perſonne qui aura pouſſé la ſeconde boule, car ce ſont ces efforts qui auront produit les Forces des deux boules, & les cauſes ſont toûjours proportionnelles à leurs effets.

Maintenant ſuppoſons que tandis que la boule qui a 2 de vîteſſe continue à ſe mouvoir quelqu'un poſe par hazard ſur ſa direction une autre boule dont la maſſe eſt à celle de la boule qui ſe meut comme 3 à 1, il arrivera après le choc que la boule choquante rebrouſſera chemin avec 1 de vîteſſe, & aura 1 de Force, & que la boule choquée ſuivra la direction primitive de la boule choquante avec 1 de vîteſſe, & aura par conſéquent trois de Force; donc après le choc il y aura 4 de Force dont le Mouvement ſera encore uniforme, car nous ne voyons rien après le choc qui aug-

mente ou diminue l'impreſſion que le choc aura donné aux deux boules, à moins qu'il n'arrive par hazard que d'autres boules ſe trouvent ſur leur chemin. Or je dis ces 4 de Force ſeront doubles de la Force 2 que la boule choquante avoit avant le choc; donc il n'eſt pas poſſible que l'effort 2 que la perſonne à fait pour pouſſer la boule choquante ſoit la cauſe de cette Force 4, autrement il faudroit dire ou que l'effet peut n'être pas proportionnel à ſa cauſe, ou que l'effort 2 a dû devenir comme 4 en conſéquence d'un choc arrivé par hazard, ce qui eſt abſurde attendu que les deux perſonnes qui ont pouſſé les deux premieres boules avant le choc ayant fait des efforts comme 2 à 1, & ayant enſuite abandonné les boules à elles-mêmes, ces efforts, ni par conſéquent les impreſſions qu'ils ont faites, ne ſçauroient par eux-mêmes changer de rapport, à moins qu'une cauſe étrangere ne vienne les alterer; il eſt donc ſûr & conſtant que la boule choquante n'avoit pas avant le

choc une Force qui fût comme le quarré de sa vîtesse multipliée par sa masse, c'est-à-dire, une Force 4, & que par conséquent s'il s'est trouvé 4 de Force après le choc, cette augmentation ne peut être venue que d'une cause étrangere à la Force Motrice, laquelle cause ne peut être ici que la mutuelle reaction des ressorts. De même la boule choquante, & la choquée ayant reçu du choc, des Forces comme 1 & 3, & des vîtesses uniformes, il est visible qu'elles se meuvent de la même façon que si elles avoient été poussées par deux personnes qui auroient fait des efforts comme 1 & 3, & qui les auroient ensuite abandonnées à elles-mêmes; d'où il suit que les Forces de ces boules ne peuvent être non plus que comme leurs masses multipliées par leurs vîtesses, & non par leurs quarrés, Donc ni avant ni après le choc les Forces des corps élastiques ne sçauroient être dans des rapports tels que les Deffenseurs des Forces Vives leur attribuent; & par conséquent

leur expériences ne prouvent tout au plus, ſinon que dans le choc direct des corps à reſſort, il y a plus de Force après le choc qu'auparavant dans le cas où le corps choquant rebrouſſe chemin, de même que dans les chocs obliques où la Force ſe trouve augmentée par les changemens de directions, comme on a vu ci-deſſus dans la Réponſe à la ſeconde Preuve de M. Bernoulli.

L'on ne donne point ce qu'on n'a pas, c'eſt un axiome généralement reçu, & l'Autheur des Inſtitutions de Phyſique ne manque pas de s'en ſervir pour nous montrer qu'un corps qui ne choque qu'avec une certaine Force ne peut pas produire une Force plus grande que celle qu'il avoit, & qu'ainſi ſi après le choc on trouve plus de Force qu'il ne paroiſſoit y en avoir auparavant, on ſe trompoit ſans doute ſur l'eſtimation de cette Force primitive. Voyons donc qui ſe trompe de lui ou de nous.

Je reprens ſon propre exemple, qui eſt celui de M. Herman, le

corps *A* avec 1 de maſſe & 2 de vîteſſe choque le corps *B* qui eſt en repos & qui a 3 de maſſe. Nous ſuppoſons que les deux corps ſont élaſtiques. Après le choc il y a quatre de Force, donc, dit-il, le corps *A* devoit avoir 4 de Force, car s'il en avoit eu moins il auroit donné plus qu'il n'avoit. Or le corps *A* ne paroiſſoit avoir que 2 de Force, puiſqu'il avoit 1 de maſſe & 2 de vîteſſe, donc nous avons mal eſtimé ſa Force en multipliant ſa maſſe par ſa vîteſſe. Mais comment nous ſommes-nous donc trompés? Le corps *A* ſe mouvoit d'un Mouvement uniforme avant le choc, ſa maſſe étoit 1, & ſa vîteſſe 2, & dans le Mouvement uniforme la Force eſt comme la maſſe multipliée par la vîteſſe ou par l'eſpace parcouru dans un certain temps, l'Autheur des Inſtitutions de Phyſique en tombe d'accord page 425.; donc il faut ou qu'il ſe trompe lui même, ou que nous ne nous trompions pas. Mais ne propoſons point cette alternative, perſon-

ne ne se trompe ici ; le corps *A* n'a que 2 de Force avant le choc, cela est certain, & après le choc il y a plus de Force qu'il n'y en avoit auparavant, cela est incontestable ; d'où vient donc cette différence, c'est de l'élasticité des corps que l'Autheur des Institutions de Physique n'a pas voulu distinguer de la Force Motrice ; le corps *A* ne peut donner ce qu'il a, mais la Force du ressort supplée au reste ; voilà la solution.

M. Huguens a demontré qu'un corps en repos qui ne reçoit le choc que par l'entremise de plusieurs autres corps qui sont entre lui & le corps choquant, reçoit plus de Force que si le corps choquant le frappoit immédiatement. Or je demande si cette Force reçue par le corps choqué étoit dans le corps choquant dans le temps, par exemple, qu'il n'y avoit que trois corps en repos entre le choqué & le choquant ; si on me dit oüi, je mets entre les deux deux fois plus de corps en repos, trois fois plus, cent fois plus, & ainsi de suite à l'in-

fini, & comme il arrivera ſelon la Demonſtration de M. Huguens que la vîteſſe du corps choqué par l'entremiſe de tous ces corps ſe trouvera augmentée peu à peu à l'infini, je conclurai que le corps choquant que l'on ſuppoſe avoir toujours une même vîteſſe finie dans tous ces chocs, avoit cependant dans lui-même une Force infinie, puiſqu'à la fin il aura produit une Force infinie dans le corps choqué. Or cela eſt abſurde; donc il eſt abſurde auſſi de dire qu'un corps qui en choque un autre immédiatement ait toujours toute la Force qui ſe trouve après le choc; la multiplication des Forces dans le choc immédiat, comme dans le médiat doit s'expliquer par l'élaſticité des corps, & vouloit en chercher ailleurs la cauſe; c'eſt vouloir recourir à des qualités occultes à la maniere des Anciens.

Je ne m'arrêterai pas davantage ſur cette matiere. Je crois en avoir aſſez dit pour montrer que M. de Mairan a decouvert toute la fauſſeté de l'opi-

nion

nion des Forces Vives, & que sa Dissertation sera toujours vainement attaquée. Mais comme son Ouvrage renferme grand nombre d'autres preuves que je n'ai point rapportées de peur d'être trop long, je conseille à ceux qui voudront être mieux instruits d'avoir recours à l'original, & d'y prendre cet esprit de justesse, de précision & de clarté qui y brille de toutes parts.

L'illustre Autheur des *Institutions de Physique* imprimées à Paris chez Prault, fils, Quai de Conty en 1740. n'ayant pas jugé à propos de mettre son nom à la tête de cet Ouvrage, j'ai cru devoir n'en parler dans cette Refutation que comme d'un Autheur anonyme qui veut être inconnu, mais cela n'empêche pas que je n'aye toute l'estime & le respect qui sont dûs à la sçavante érudition, & au rang distingué de la personne qui a mis ce Traité au jour.

FIN.

ERRATA.

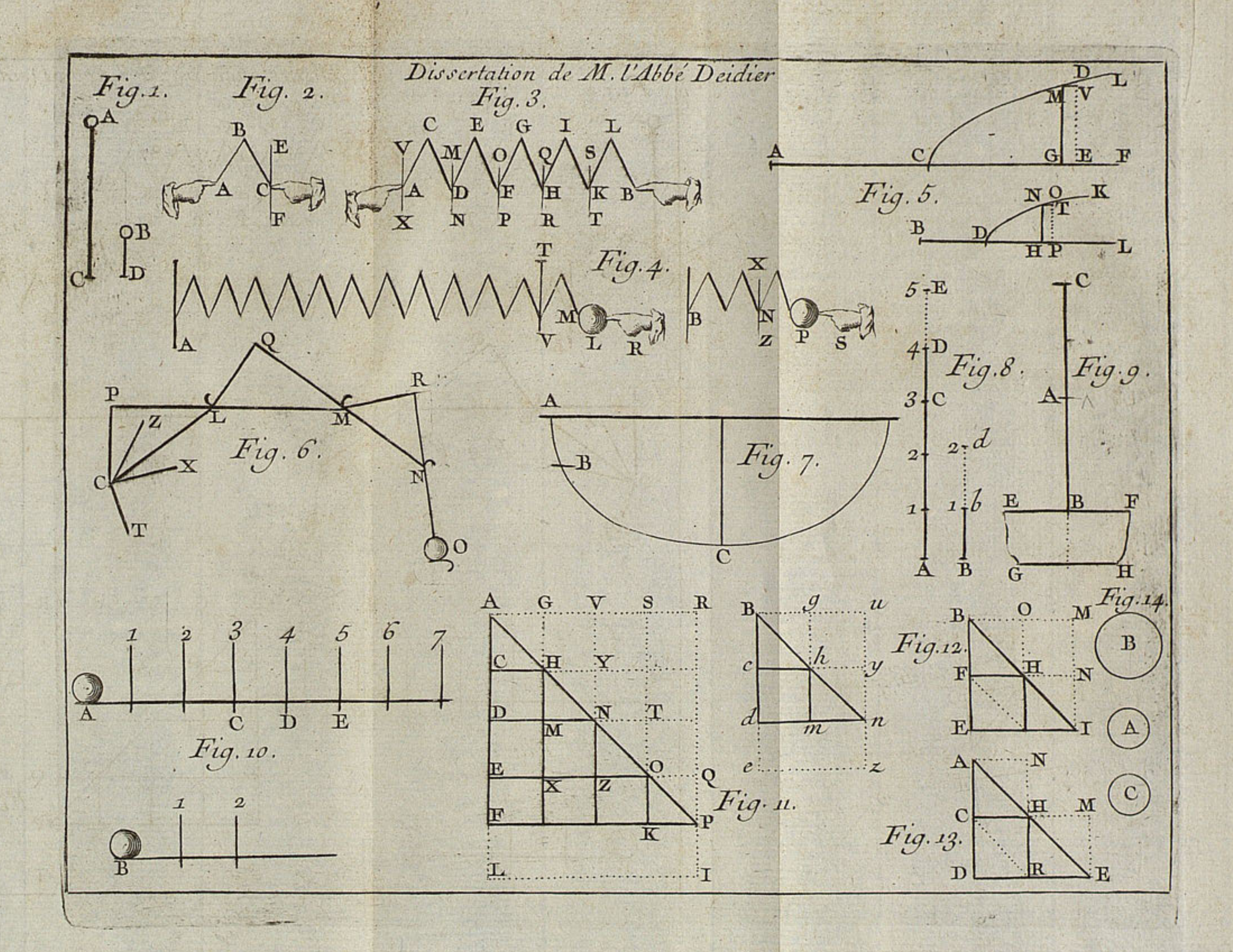
Page 12. *ligne* 5. des nouvelles impressions, *lisez* de nouvelles impressions : *page* 27. *l.* 25. BIF, *lis.* BIE : *page* 55. *l.* 14. *après ces mots* la même direction *CL*, *ajoutez pour un plus grand éclaircissement* ; c'est-à-dire, si le ressort *L* avoit été perpendiculaire à la direction *CL*, & ne lui eût ôté qu'un degré de vîtesse : *page* 62. *l.* 11. de l'Academie Royale, *lis.* de l'Academie Royale des Sciences : *page* 63. *l.* 13. Institutions Physiques, *lis.* Institutions de Physique : *page* 90. *l.* 16. pour sentir, dit-il, page 780. *lis.* pour sentir, dit-il, page 430.

APPROBATION.

J'Ai lû par ordre de Monseigneur le Chancelier un Manuscrit intitulé : *Refutation des Forces Vives*. Fait à Paris, ce 10. Janvier 1741.

Signé, MONTCARVILLE.

Le Privilege se trouve à la fin de la Méchanique.


Dissertation de M. l'Abbé Deidier
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.







DESSE
.
DE
MAIRA